

Cours d'ondes

Version du 2026-04-25

Michel Fioc

Institut d'astrophysique de Paris

Michel.Fioc@iap.fr

<http://www.iap.fr/users/fioc/enseignement/UL2PY130/>

Notations utilisées dans ce cours

\mathbb{U} Univers, espace entier.

dx Quantité infinitésimale de x (différentielle éventuellement inexacte).

dx Variation infinitésimale de x (différentielle exacte).

δ Distribution de Dirac.

$\vec{a} \times \vec{b}$ Produit vectoriel de \vec{a} et \vec{b} (souvent noté « $\vec{a} \wedge \vec{b}$ »).

(M, \vec{u}) Droite passant par le point M et parallèle au vecteur \vec{u} .

(M, \vec{u}, \vec{v}) Plan passant par le point M et parallèle aux vecteurs \vec{u} et \vec{v} .

$a := b, b := a$ a est défini par (ou, par définition, est égal à) b .

$f = \mathcal{O}(g)$ Prononcé « f égale grand o de g ».

Signifie que la fonction f est **dominée** par la fonction g au voisinage du point x_0 considéré (éventuellement l'infini), c.-à-d. qu'il existe un voisinage ω de x_0 et un réel M tel que pour tout $x \in \omega$, on ait

$$\|f(x) - f(x_0)\| \leq M \|g(x) - g(x_0)\|,$$

où « $\|\cdot\|$ » représente la norme, la valeur absolue ou le module.

\vec{u}_X Vecteur unitaire en rapport avec une quantité X . Si X est scalaire, \vec{u}_X est orienté selon les X croissants. Si le vecteur \vec{X} existe, $\vec{u}_X = \vec{X}/\|\vec{X}\|$ *1.

! « Tel que », « restreint à ».

$f(x^-), f(x^+)$ Limites de la fonction f à gauche de x ($\lim_{u \rightarrow x | u < x} f(u)$) et à droite ($\lim_{u \rightarrow x | u > x} f(u)$).

$\llbracket a, b \rrbracket$ Ensemble des entiers compris entre a et b inclus.

$\angle(\vec{a}, \vec{b})$ Angle entre \vec{a} et \vec{b} . Nous dirons que $\angle(\vec{a}, \vec{b})$ est orienté par un vecteur \vec{n} si \vec{u}_b est l'image de \vec{u}_a par une rotation d'angle $\angle(\vec{a}, \vec{b})$ autour d'un axe parallèle à \vec{n} , dans le sens trigonométrique défini par ce dernier.

z^* Conjugué du nombre complexe z .

\underline{f} Représentation complexe de la fonction f à valeurs réelles.

\hat{f} Transformée de Fourier de la fonction f .

$\langle x \rangle$ Valeur moyenne de x .

1. Souvent noté « \vec{e}_X », mais, entre le champ électrique, l'énergie, la charge élémentaire, la force électromotrice, l'exponentielle, la lettre « e » est suremployée! La notation « \hat{X} » pour \vec{u}_X , fréquente dans la littérature anglo-saxonne, est acceptable. En revanche, l'usage de « \vec{X} » à cet effet est à bannir : dans ce cours, $\vec{X} = X\vec{u}_X$!

Conventions utilisées dans ce cours

- **Multiplication ordinaire.** Sauf exception, la multiplication entre quantités scalaires ou entre une quantité scalaire et une quantité vectorielle est notée avec un espace : $ab = a \times b$. Elle a la même priorité que la division notée « / », c.-à-d. que, en l'absence de parenthèses, les multiplications et les divisions sont effectuées de la gauche vers la droite : $1/2x = x/2$ et non $1/(2x)$.
- **Fonctions standards.** Si elles ne sont pas suivies d'une parenthèse ouvrante, les fonctions standards (\sin , \ln , etc.) sont prioritaires sur la multiplication et la division, mais pas sur l'exponentiation : $\ln x/2 = (\ln x)/2$, pas $\ln(x/2)$; $\ln x^2 = \ln(x^2)$, pas $(\ln x)^2$.
Conformément à l'usage traditionnel, $\sin^2 x = (\sin x)^2$, pas $\sin(\sin x)$. De même pour les autres fonctions trigonométriques et le logarithme.
- **Différentielle.** $dx^2 = (dx)^2$, pas $d(x^2)$: dx forme un bloc (contrairement aux fonctions standards, il n'y a pas d'espace entre « d » et « x »).

Références utilisées pour rédiger ce cours

- « *Introduction to Electrodynamics* », 4^e édition : David J. Griffiths (éd. Pearson Education).
- « *Électromagnétisme* », 4^e édition : J.-Ph. Pérez, R. Carles, R. Fleckinger (éd. Dunod).
- « *Électromagnétisme, tomes 1 à 3* » : M. Bertin, J.-P. Faroux, J. Renault (éd. Dunod).
- « *Histoire de l'électricité. De l'ambre à l'électron* » : Gérard Borvon (éd. Vuibert).

Alphabet grec

Majuscule	Minuscule	Nom français	Prononciation française
(A)	α	alpha	[alfa]
(B)	β	bêta	[beta]
Γ	γ	gamma	[gama]
Δ	δ	delta	[delta]
(E)	ε, ε	epsilon	[epsilɔ̃n]
(Z)	ζ	zêta	[zeta]
(H)	η	êta	[eta]
Θ	θ, θ	thêta	[teta]
(I)	ι	iota	[jota]
(K)	κ	kappa	[kapa]
Λ	λ	lambda	[lâbda]
(M)	μ	mu	[my]
(N)	ν	nu	[ny]
Ξ	ξ	xi, ksi	[ksi]
(O)	(ο)	omicron	[omicrɔ̃n]
Π	π	pi	[pi]
(P)	ρ, ϱ	rhô	[ʁo]
Σ	σ, ς	sigma	[sigma]
(T)	τ	tau	[to]
Υ	υ	upsilon	[ypsilɔ̃n]
Φ	φ, φ	phi	[fi]
(X)	χ	khi, chi	[ki]
Ψ	ψ	psi	[psi]
Ω	ω	oméga	[omega]

Les lettres grecques entre parenthèses sont identiques à des lettres de l'alphabet latin et ne sont pas utilisées en mathématiques. Les prononciations entre crochets sont données dans l'alphabet phonétique international.

Table des matières

I. Notions sur les signaux	8
A. Signaux sinusoïdaux	8
1. Représentation d'un signal sinusoïdal	8
a. Représentations réelles	8
α . Signal scalaire	8
β . Signal vectoriel	9
b. Représentation complexe	9
α . Signal scalaire	9
β . Signal vectoriel	9
2. Puissance d'un signal sinusoïdal	10
a. Cas scalaire	10
α . Puissance instantanée	10
β . Puissance moyenne	10
b. Signal vectoriel	11
3. Somme de signaux sinusoïdaux de <i>même pulsation</i>	12
a. Amplitude et phase initiale globales	12
b. Puissance globale	12
4. Somme de signaux sinusoïdaux de <i>pulsations différentes</i>	13
a. Puissance globale	13
b. Pulsations proches : phénomène de battement	13
B. Signaux quelconques	14
1. Cas particulier des signaux périodiques	14
a. Décomposition spectrale	14
b. Puissance moyenne	15
2. Cas général	15
a. Décomposition spectrale	15
b. Énergie et puissance moyenne	16
3. Relation d'indétermination. Analyse temps-fréquence	16
II. Généralités sur les ondes	18
A. Phénoménologie. Généralités	18
1. Exemples d'ondes	18
2. Notion d'onde progressive	19
3. Directions de perturbation et de propagation	19
B. Description mathématique de la propagation	20
1. Champ et équation d'onde	20
2. Propagation non dispersive d'ondes dans un milieu unidimensionnel	21
a. Ondes progressives	21
b. Équation d'onde de d'Alembert	21
c. Ondes progressives sinusoïdales	23
α . Propriétés d'une onde sinusoïdale	23
β . Représentation complexe	23
d. Ondes stationnaires	24
3. Équations d'ondes et ondes sinusoïdales	24
a. Paquet d'ondes	24
b. Phase et dispersion	25
α . Surface d'onde, rayon d'onde	25
β . Vecteur d'onde et nombre d'onde	25
γ . Vitesse de phase	25
δ . Vecteur d'onde complexe (hors programme)	26
ϵ . Vitesse de groupe (hors programme)	26
c. Solutions d'une équation d'ondes linéaire. Équation de Helmholtz (hors programme)	27
4. Équation de d'Alembert à trois dimensions	28
a. Forme de l'équation	28
b. Solutions en ondes planes	28

<i>c.</i> Solutions en ondes sphériques	28
<i>d.</i> Ondes circulaires (hors programme)	29
III. Ondes mécaniques	31
A. Cordes vibrantes	31
1. Équation d'onde	31
2. Relation entre la tension et la vitesse vibrationnelle	32
3. Aspects énergétiques	33
<i>a.</i> Puissance instantanée	33
<i>b.</i> Puissance moyenne d'une onde sinusoïdale	33
B. Ondes sonores	33
1. Descriptions eulérienne et lagrangienne (hors programme)	33
2. Équation d'onde à une dimension	34
3. Compressibilité d'un gaz parfait	36
4. Relation entre surpression et vitesse vibrationnelle	36
5. Aspects énergétiques	37
<i>a.</i> Intensité acoustique et niveau sonore	37
6. Ondes acoustiques à trois dimensions	37
<i>a.</i> Équation d'onde (hors programme)	37
<i>b.</i> Ondes sphériques	38
IV. Ondes stationnaires	39
A. Corde vibrante	39
B. Tuyau	41
1. Préliminaire	41
2. Deux extrémités fermées	41
3. Une extrémité fermée, l'autre ouverte	42
4. Deux extrémités ouvertes	43
C. Cordes et tuyaux sonores : récapitulatif	43
D. Quelques notions sur les gammes musicales	44
V. Réflexion et transmission d'ondes	46
A. Généralités	46
B. Corde vibrante	46
1. Conditions à l'interface	46
<i>a.</i> 1 ^{re} condition	46
<i>b.</i> 2 ^e condition	47
2. Coefficients de réflexion et de transmission	47
<i>a.</i> En déplacement ou vitesse	47
<i>b.</i> En puissance	48
C. Tuyaux sonores	48
1. Conditions à l'interface	48
<i>a.</i> 1 ^{re} condition	48
<i>b.</i> 2 ^e condition	49
2. Coefficients de réflexion et de transmission	49
<i>a.</i> En débit volumique	49
<i>b.</i> En surpression	49
<i>c.</i> En puissance	49
VI. Interférences et diffraction	51
A. Interférences	51
1. Intensité de la superposition de deux ondes	51
<i>a.</i> Définition	51
<i>b.</i> Ondes monochromatiques de même fréquence	51
<i>α.</i> Calcul en représentation réelle	51
<i>β.</i> Interférences constructives et destructives	52
<i>γ.</i> Calcul en représentation complexe	53
2. Application : trous (ou fentes) de Young	53
3. Chemin optique	55
4. Autres dispositifs interférentiels. Réflexion sur un miroir	55
B. Notions sur la diffraction	55
1. Diffraction par une fente rectangulaire	56
2. Diffraction par un trou circulaire	57
3. Réseaux de diffraction	58

VII. Ondes électromagnétiques dans le vide	60
A. Équation des ondes électromagnétiques dans le vide	60
B. Ondes planes	61
1. Ondes planes progressives (OPP)	61
a. Caractère transverse	61
b. Intensité d'une onde électromagnétique	62
c. Vitesse de propagation de l'énergie électromagnétique dans le vide	62
2. Ondes planes progressives monochromatiques (OPPM)	63
a. Opérateurs vectoriels et représentation complexe	63
b. Application aux OPPM dans le vide	63
3. Polarisation des ondes électromagnétiques	64
a. Cas d'une OPPM	64
α. Polarisation rectiligne	64
β. Polarisation circulaire	64
γ. Polarisation elliptique	65
δ. Sens de rotation de \vec{E}	66
b. Cas général	67
VIII. Effet Doppler	68
A. Exemples	68
B. Relation générale pour l'effet Doppler acoustique	70
C. Cas supersonique	71
D. Effet Doppler-Fizeau (hors programme)	72
a. Cas général	72
b. Cas particulier	74