

## Table des matières

|  |           |
|--|-----------|
| Notations utilisées dans ce cours . . . . .  | 2         |
| Conventions utilisées dans ce cours . . . . .  | 2         |
| Références utilisées pour rédiger ce cours . . . . .   | 2         |
| Alphabet grec . . . . .  | 3         |
| <b>I. Champ et potentiel électrostatiques . . . . .</b>  | <b>8</b>  |
| A. Introduction historique . . . . .   | 8         |
| 1. Ambre, aimants et boussoles . . . . .   | 8         |
| 2. Expériences de du Fay . . . . .   | 8         |
| 3. Conducteurs, isolants et piles . . . . .  | 9         |
| 4. Unification de l'électricité et du magnétisme . . . . .   | 9         |
| 5. Révolution relativiste . . . . .  | 10        |
| B. Loi de Coulomb . . . . .  | 10        |
| 1. Énoncé et propriétés . . . . .  | 10        |
| 2. Neutralité électrique et forces de contact . . . . .  | 10        |
| 3. Cas de charges mobiles (hors programme) . . . . .   | 11        |
| C. Champ électrostatique . . . . .   | 11        |
| D. Potentiel électrostatique . . . . .   | 12        |
| 1. Préliminaires . . . . .   | 12        |
| a. Différentielle du carré d'une fonction vectorielle . . . . .  | 12        |
| b. Circulation d'une fonction vectorielle . . . . .  | 12        |
| 2. Gradient d'une fonction scalaire de la position . . . . .   | 13        |
| 3. Définition du potentiel . . . . .   | 13        |
| 4. Propriétés du potentiel électrostatique . . . . .   | 14        |
| E. Équipotentiels et lignes de champ . . . . .   | 14        |
| 1. Équipotentiels . . . . .  | 14        |
| 2. Lignes et tubes de champ . . . . .  | 15        |
| 3. Cas d'une charge ponctuelle . . . . .   | 15        |
| F. Distributions continues de charges . . . . .  | 15        |
| 1. Expressions de $\vec{E}$ et $V$ . . . . .   | 15        |
| 2. Application : sphère et boule uniformément chargées . . . . .                                       | 16        |
| a. Préliminaire : intégrale multiple d'une fonction à variables séparables sur un pavé droit . . . . . | 16        |
| b. Sphère uniformément chargée . . . . .   | 16        |
| c. Boule uniformément chargée . . . . .  | 17        |
| G. Symétries et invariances en électrostatique . . . . .   | 18        |
| 1. Définitions . . . . .   | 18        |
| a. Plans de symétrie et d'antisymétrie . . . . .   | 18        |
| i. Symétrie d'un vecteur . . . . .   | 18        |
| ii. Plan de symétrie . . . . .   | 18        |
| iii. Plan d'antisymétrie . . . . .   | 18        |
| b. Invariances . . . . .   | 19        |
| i. Invariance par translation . . . . .  | 19        |
| ii. Invariance par rotation . . . . .  | 19        |
| a. Rotation autour d'un axe . . . . .  | 19        |
| b. Rotation autour d'un point . . . . .  | 19        |
| c. Définitions communes (hors programme) . . . . .   | 19        |
| 2. Symétries et invariances de $\vec{E}$ et $V$ . . . . .  | 19        |
| a. Symétries . . . . .   | 19        |
| b. Invariances . . . . .   | 20        |
| H. Énergie potentielle électrostatique . . . . .   | 21        |
| 1. Charges discrètes . . . . .   | 21        |
| a. Énergie potentielle d'une charge dans un champ stationnaire . . . . .                               | 21        |
| b. Énergie potentielle d'interaction entre deux charges ponctuelles . . . . .                          | 22        |
| c. Énergie potentielle d'interaction entre $n$ charges ponctuelles . . . . .                           | 22        |
| 2. Décomposition en sous-systèmes . . . . .  | 23        |
| Charges extérieures fixes les unes par rapport aux autres . . . . .                                    | 24        |
| 3. Cas d'une distribution continue . . . . .   | 24        |
| <b>II. Théorème de Gauss. Formulation locale de l'électrostatique . . . . .</b>                        | <b>25</b> |

|             |   |           |
|-------------|---|-----------|
| A.          | Angles solides . . . . .  | 25        |
| 1.          | Rappel sur les angles plans . . . . .   | 25        |
| 2.          | Définition et propriétés des angles solides . . . . .   | 25        |
| B.          | Forme intégrale du théorème de Gauss . . . . .  | 26        |
| 1.          | Flux. Énoncé du théorème de Gauss . . . . .   | 26        |
| 2.          | Application : distribution à symétrie sphérique . . . . .   | 27        |
| C.          | Forme locale des équations de l'électrostatique . . . . .   | 27        |
| 1.          | Forme locale du théorème de Gauss . . . . .   | 27        |
|             | " Fonction " $\delta$ (hors programme) . . . . .  | 28        |
| 2.          | Rotationnel de $\vec{E}$ . Théorème de Helmholtz . . . . .  | 28        |
|             | Théorème de Helmholtz . . . . .   | 29        |
| 3.          | Équations de Poisson et de Laplace . . . . .  | 29        |
| D.          | Énergie électrostatique . . . . .   | 29        |
| E.          | Relations de passage . . . . .  | 30        |
| 1.          | Composante normale de $\vec{E}$ . . . . .   | 30        |
| 2.          | Composante tangentielle de $\vec{E}$ . . . . .  | 31        |
| 3.          | Discontinuité de $\vec{E}$ à la traversée d'une nappe de chargée . . . . .  | 31        |
| <b>III.</b> | <b>Dipôles électrostatiques</b> . . . . .   | <b>32</b> |
| A.          | Potentiel et champ créés par un dipôle . . . . .  | 32        |
| 1.          | Potentiel . . . . .   | 32        |
| 2.          | Champ électrique . . . . .  | 33        |
| B.          | Développement multipolaire du potentiel . . . . .   | 33        |
| 1.          | Développement à l'ordre 3 en $1/r$ . . . . .  | 33        |
|             | a. Cas où $Q_{\text{tot}} \neq 0$ . . . . .   | 33        |
|             | b. Cas où $Q_{\text{tot}} = 0$ et $\vec{p} \neq \vec{0}$ . . . . .  | 34        |
| 2.          | Forme tensorielle du développement multipolaire (hors programme) . . . . .  | 34        |
| 3.          | Choix de l'origine . . . . .  | 34        |
| C.          | Dipôles atomiques et moléculaires . . . . .   | 35        |
| 1.          | Dipôles permanents . . . . .  | 35        |
| 2.          | Dipôles induits . . . . .   | 36        |
| 3.          | Polarisabilité d'un milieu . . . . .  | 36        |
| D.          | Actions exercées sur un dipôle . . . . .  | 36        |
| 1.          | Résultante des forces extérieures . . . . .   | 36        |
|             | a. 1 <sup>re</sup> expression . . . . .   | 36        |
|             | b. 2 <sup>e</sup> expression . . . . .  | 37        |
| 2.          | Moment total des forces extérieures . . . . .   | 37        |
| 3.          | Cas d'un dipôle permanent . . . . .   | 38        |
|             | a. Équilibre et stabilité . . . . .   | 38        |
|             | b. Énergie potentielle . . . . .  | 38        |
|             | c. Excursion en mécanique du solide (hors programme) . . . . .  | 38        |
|             | Expression de $d\vec{a}$ . . . . .  | 40        |
|             | Calcul de $\vec{F}_{\text{ext} \rightarrow D}$ et $\vec{\Gamma}_{\text{ext} \rightarrow D}^{(K_0)}$ à partir de $\mathcal{E}_p^{\text{ext}}(D)$ . . . . . | 40        |
| 4.          | Cas d'un dipôle induit . . . . .  | 40        |
| <b>IV.</b>  | <b>Conducteurs à l'équilibre</b> . . . . .  | <b>41</b> |
| A.          | Isolants et conducteurs. Métaux . . . . .   | 41        |
| B.          | Propriétés des conducteurs à l'équilibre . . . . .  | 41        |
| 1.          | Propriétés générales . . . . .  | 41        |
| 2.          | Théorème de Coulomb. Pression électrostatique . . . . .   | 42        |
| 3.          | Notions de « terre » et de « masse » en électricité . . . . .   | 43        |
| 4.          | Effet de pointe . . . . .   | 43        |
| 5.          | Cavités dans les conducteurs . . . . .  | 43        |
|             | a. Cavité vide de charges. Cage de Faraday . . . . .  | 43        |
|             | b. Cavité contenant des charges . . . . .   | 44        |
| 6.          | Influence électrostatique. Théorème des éléments correspondants . . . . .   | 44        |
| 7.          | Théorème d'unicité (hors programme) . . . . .   | 44        |
|             | a. Énoncé . . . . .   | 44        |
|             | b. Application à un conducteur creux. Écran électrostatique . . . . .   | 45        |
|             | i. $Q_A$ et $Q_B$ fixées . . . . .  | 45        |

|            |  |           |
|------------|--|-----------|
| ii.        | $V_B$ imposé . . . . .   | 45        |
| c.         | Méthode des images (hors programme) . . . . .                                | 46        |
| 8.         | Théorème de superposition. Coefficients de capacité et d'influence . . . . . | 46        |
| 9.         | Énergie d'un système de conducteurs . . . . .                                | 48        |
| c.         | Condensateurs . . . . .  | 48        |
| 1.         | Capacité . . . . .   | 48        |
| 2.         | Condensateur plan. Effets de bord . . . . .                                  | 48        |
| 3.         | Énergie d'un condensateur . . . . .  | 49        |
| 4.         | Association de deux condensateurs . . . . .                                  | 49        |
| a.         | Condensateurs en série . . . . .   | 49        |
| b.         | Condensateurs en parallèle . . . . .   | 49        |
| <b>V.</b>  | <b>Notions d'électrocinétique</b> . . . . .                                  | <b>50</b> |
| A.         | Densité de courant, intensité . . . . .                                      | 50        |
| B.         | Conservation de la charge . . . . .  | 51        |
| C.         | Approximation des régimes quasi stationnaires . . . . .                      | 52        |
| 1.         | Intensité à travers une section de conducteur . . . . .                      | 52        |
| 2.         | Loi des nœuds (1 <sup>re</sup> loi de Kirchhoff) . . . . .                   | 52        |
| D.         | Tension, intensité et puissance électrique . . . . .                         | 53        |
| 1.         | Tension et intensité ; conventions générateur et récepteur . . . . .         | 53        |
| 2.         | Puissance électrique . . . . .   | 53        |
| 3.         | 2 <sup>e</sup> loi de Kirchhoff, loi des mailles . . . . .                   | 54        |
| E.         | Conducteur ohmique . . . . .   | 54        |
| 1.         | Loi d'Ohm . . . . .  | 54        |
| 2.         | Loi de Joule . . . . .   | 55        |
| F.         | Quelques dipôles usuels . . . . .  | 55        |
| 1.         | Condensateurs . . . . .  | 56        |
| 2.         | Loi d'Ohm généralisée . . . . .  | 56        |
| a.         | Générateurs . . . . .  | 57        |
| b.         | Bobine . . . . .   | 57        |
| 3.         | Association de résistances, de bobines . . . . .                             | 57        |
| G.         | Régime sinusoïdal . . . . .  | 58        |
| 1.         | Régimes transitoire et permanent . . . . .                                   | 58        |
| 2.         | Impédances complexes . . . . .   | 58        |
| a.         | Impédances des résistances, bobines et capacités . . . . .                   | 58        |
| b.         | Association d'impédances . . . . .   | 59        |
| 3.         | Puissances . . . . .   | 59        |
| H.         | AC/DC. Valeurs efficaces et crête à crête . . . . .                          | 59        |
| <b>VI.</b> | <b>Magnétostatique</b> . . . . .   | <b>61</b> |
| A.         | Loi de Biot et Savart . . . . .  | 61        |
| B.         | Application : fil rectiligne infini parcouru par un courant . . . . .        | 62        |
| C.         | Flux de $\vec{B}$ , potentiel vecteur . . . . .                              | 62        |
| D.         | Symétries et invariances en magnétostatique . . . . .                        | 63        |
| 1.         | Symétries . . . . .  | 63        |
| 2.         | Invariances . . . . .  | 63        |
| E.         | Théorème d'Ampère . . . . .  | 63        |
| F.         | Application : solénoïde infini . . . . .                                     | 64        |
| G.         | Équations locales de la magnétostatique . . . . .                            | 65        |
| 1.         | Forme locale du théorème d'Ampère. Équation de Poisson . . . . .             | 65        |
| 2.         | Lignes de champ en électrostatique et magnétostatique . . . . .              | 66        |
| 3.         | Relations de passage pour le champ magnétique . . . . .                      | 66        |
| a.         | Composante normale de $\vec{B}$ . . . . .                                    | 66        |
| b.         | Composante tangentielle de $\vec{B}$ . . . . .                               | 67        |
| c.         | Discontinuité de $\vec{B}$ à la traversée d'une nappe de courant . . . . .   | 67        |
| H.         | Champ et potentiel créés par un dipôle magnétique . . . . .                  | 67        |
| 1.         | Boucle fermée . . . . .  | 67        |
| 2.         | Distribution volumique localisée de courant . . . . .                        | 68        |
| 3.         | Électro-aimants et aimants permanents . . . . .                              | 69        |

|   |           |
|---|-----------|
| <b>VII. Forces électromagnétiques</b>   | <b>70</b> |
| A. Force de Lorentz . . . . .   | 70        |
| 1. Expression . . . . .   | 70        |
| 2. Travail de la force magnétique . . . . .   | 70        |
| 3. Application : mouvement d'une charge ponctuelle dans un champ magnétique uniforme stationnaire . . . . . | 70        |
| 4. Transformation des champs dans un changement de référentiels galiléens . . . . .                         | 71        |
| B. Force de Laplace . . . . .   | 72        |
| 1. Expression . . . . .   | 72        |
| 2. Force d'interaction entre deux circuits rectilignes : ex-définition de l'ampère (hors programme)         | 72        |
| 3. Travail des forces exercées sur un conducteur . . . . .  | 72        |
| 4. Énergie potentielle . . . . .  | 73        |
| C. Actions sur un dipôle magnétique . . . . .   | 74        |
| <b>VIII. Induction électromagnétique</b>  | <b>76</b> |
| A. Cas de Lorentz . . . . .   | 76        |
| B. Cas de Neumann . . . . .   | 77        |
| 1. Changement de référentiel . . . . .  | 77        |
| 2. Équation de Maxwell-Faraday . . . . .  | 78        |
| C. Cas général . . . . .  | 78        |
| 1. Champ électromoteur et force électromotrice d'induction . . . . .  | 78        |
| 2. Loi de Faraday . . . . .   | 79        |
| 3. Application : roue de Barlow . . . . .   | 80        |
| D. Inductances . . . . .  | 80        |
| 1. Expressions générales et propriétés des inductances . . . . .  | 80        |
| 2. Inductance propre d'un solénoïde . . . . .   | 82        |
| 3. Transformateurs . . . . .  | 82        |
| E. Loi de Lenz . . . . .  | 83        |
| F. Énergie magnétique . . . . .   | 83        |
| <b>IX. Équations de Maxwell. Ondes électromagnétiques</b>   | <b>84</b> |
| A. Équations de Maxwell . . . . .   | 84        |
| 1. Courant de déplacement . . . . .   | 84        |
| 2. Potentiels . . . . .   | 85        |
| 3. Théorème de Poynting . . . . .   | 87        |
| B. Ondes électromagnétiques dans le vide . . . . .  | 88        |
| 1. Équation des ondes électromagnétiques dans le vide . . . . .   | 88        |
| 2. Ondes planes . . . . .   | 88        |
| a. Ondes planes progressives (OPP) . . . . .  | 89        |
| b. Ondes planes progressives monochromatiques (OPPM) . . . . .  | 90        |
| c. Notation complexe . . . . .  | 91        |
| d. Polarisation d'une OPPM . . . . .  | 92        |
| i. Polarisation rectiligne . . . . .  | 93        |
| ii. Polarisation elliptique . . . . .   | 93        |
| iii. Sens de rotation de $\vec{E}$ . . . . .  | 94        |
| 3. Ondes sphériques . . . . .   | 95        |