

# Notice de Titres et Travaux

Luc Blanchet

Directeur de Recherche de 1<sup>ère</sup> classe au C.N.R.S.

*GRεCO, Institut d'Astrophysique de Paris — UMR 7095 du CNRS,  
Université Pierre & Marie Curie, 98<sup>bis</sup> boulevard Arago, 75014 Paris, France*

Les travaux scientifiques décrits dans cette notice se répartissent sur trois thèmes principaux: (i) le rayonnement gravitationnel des systèmes binaires d'étoiles compactes; (ii) l'interprétation théorique des tests expérimentaux du principe d'équivalence; (iii) les formulations alternatives pour le problème de la matière noire en cosmologie. Ces trois thèmes ont pour dénominateur commun l'utilisation de la théorie classique de la relativité générale.

Le thème (i) sur le rayonnement gravitationnel a reçu en 2015 toute sa justification avec la détection directe sur Terre par la collaboration LIGO/VIRGO des ondes gravitationnelles émises lors de la fusion de systèmes binaires de trous noirs.

## Contents

<b>I. Curriculum Vitæ</b>	2
A. Études et diplômes	2
B. Carrière professionnelle	2
C. Activités d'enseignement	3
D. Encadrement de thèses	3
E. Formation dans des écoles thématiques	4
F. Séjours à l'étranger	4
G. Conférences invitées principales	5
H. Responsabilités diverses	6
I. Distinctions	6
<b>II. Théorie du rayonnement gravitationnel</b>	7
A. Importance des systèmes binaires compacts en astrophysique	7
1. Rayonnement gravitationnel des pulsars binaires	7
2. Rayonnement gravitationnel des systèmes binaires compacts spiralants	8
3. Modélisation des binaires compactes spiralantes	10
B. Travaux scientifiques	12
1. Champ gravitationnel à l'extérieur d'un système isolé	12
2. Effets non-linéaires dans le champ d'ondes gravitationnelles	13
3. Moments multipolaires post-newtoniens d'une source isolée	14
4. Réaction de rayonnement dans la dynamique d'une source isolée	15
5. Champ post-newtonien d'une source isolée	15
6. Équations du mouvement d'un système binaire d'objets compacts	16
7. Dernière orbite circulaire des systèmes binaires de trous noirs	18
8. Flux d'énergie en ondes gravitationnelles des systèmes binaires d'objets compacts	20
9. États de polarisation de l'onde gravitationnelle des binaires compactes spiralantes	21
10. Conditions initiales pour le calcul numérique de la coalescence de deux trous noirs	22
11. Effets des spins sur la dynamique et le champ d'onde d'une binaire compacte spiralante	22
12. Étude du recul gravitationnel des systèmes binaires de trous noirs	23
13. Comparaison de la théorie post-newtonienne et de la théorie de la force propre	25
14. Première loi de la dynamique des systèmes de trous noirs binaires	26
15. Termes post-newtoniens impairs dans la dynamique conservative des systèmes binaires	26
<b>III. Tester la relativité générale et le principe d'équivalence</b>	27
A. Gravitation expérimentale et tests classiques dans le Système Solaire	27
B. Travaux scientifiques	28
1. Une classe de couplages non-métriques à la gravitation	28
2. Transfert de temps et de fréquence pour l'expérience PHARAO/ACES	28

3. Tester l'effet de décalage gravitationnel vers le rouge par interférométrie atomique?	29
4. Test quantique du principe d'équivalence avec l'expérience STE-QUEST	30
5. Test du redshift avec l'expérience STE-QUEST	30
<b>IV. Problème de la matière noire en cosmologie</b>	30
A. Matière noire ou gravité modifiée?	30
B. Travaux scientifiques	32
1. Analogie diélectrique pour MOND	32
2. Modèle de matière noire dipolaire en relativité générale	33
3. Tester MOND dans le Système Solaire	34
4. Approche de gravité modifiée basée sur la violation de l'invariance de Lorentz	35
5. Extension bimétrique de la relativité générale et phénoménologie de la matière noire	35
6. Matière noire via les théories de gravité massive	36
<b>V. Publications</b>	36
A. Publications dans des revues avec comité de lecture	36
B. Contributions à des livres	41
C. Publications dans des actes de colloques	41
D. Articles grand public	44
E. Documents divers	44

## I. CURRICULUM VITÆ

Nom: *Blanchet*

Prénom: *Luc*

Nationalité: *Française*

Date et lieu de naissance: *3 janvier 1956 à Paris XV<sup>ème</sup>*

Adresse personnelle: *20 rue Alexandre Dumas, 78470 Saint-Rémy-lès-Chevreuse, France*

Situation familiale: *Marié, deux enfants*

Adresse professionnelle: *Groupe de Gravitation et Cosmologie (GRεCO), Institut d'Astrophysique de Paris (UMR 7095 du C.N.R.S.), 98<sup>bis</sup> boulevard Arago, 75014 Paris, France*

Téléphone: *01(33-1)-44-32-81-77*

Fax: *01(33-1)-44-32-80-01*

Courriel: *blanchet@iap.fr*

Internet: *http://www2.iap.fr/users/blanchet/*

### A. Études et diplômes

1980 : Ingénieur de l'École Polytechnique, Paris

1981 : Diplôme d'Études Approfondies en Astrophysique, Université Denis Diderot (Paris VII)

1982 : Diplôme d'Études Approfondies en Physique Théorique, Université Pierre et Marie Curie (Paris VI)

1984 : Thèse de Doctorat de 3<sup>ème</sup> cycle (Paris VI) sous la direction de Thibault Damour: *Étude de la structure des champs gravitationnels radiatifs et de leurs couplages avec les sources matérielles*, soutenue le 24 avril 1984 (jury de thèse: A. Ashtekhar, B. Carter, Y. Choquet-Bruhat, T. Damour, R. Pellat)

1990 : Thèse d'Habilitation à Diriger des Recherches (Paris VI): *Contribution à l'étude du rayonnement gravitationnel émis par un système isolé*, soutenue le 5 mai 1990 (jury de thèse: J. Audouze, S. Bonazzola, B. Carter, Y. Choquet-Bruhat, T. Damour, R. Kerner)

### B. Carrière professionnelle

1984–1985 : Post-doctorant, California Institute of Technology, *Theoretical Astrophysics Department*, États-Unis

1985–1989 : Chargé de Recherche de 2<sup>ème</sup> classe au C.N.R.S., *Département d'Astrophysique Relativiste et de Cosmologie (DARC)*, Observatoire de Meudon

1989–1990 : Ingénieur de Recherche (en détachement du C.N.R.S.),<sup>1</sup> Société Européenne de Propulsion, Vernon  
 1990–1999 : Chargé de Recherche de 1<sup>ère</sup> classe, DARC, Observatoire de Meudon  
 1999–2008 : Directeur de Recherche de 2<sup>ème</sup> classe, DARC, Observatoire de Meudon, puis, *Groupe de Gravitation et Cosmologie* ( $\mathcal{GR}\varepsilon\mathcal{CO}$ ), Institut d’Astrophysique de Paris  
 depuis 2008 : Directeur de Recherche de 1<sup>ère</sup> classe,  $\mathcal{GR}\varepsilon\mathcal{CO}$ , Institut d’Astrophysique de Paris

### C. Activités d’enseignement

1986–1989 : Travaux dirigés de Relativité Générale, D.E.A. de Physique Théorique (Paris VI)  
 1988–1989 : Cours d’Introduction à la Relativité Générale, D.E.A. de Physique des Particules (Paris XI)  
 1993–1999 : Cours d’Introduction à la Relativité Générale, D.E.A. d’Astrophysique et techniques spatiales (Paris VII)  
 2000–2003 : Cours de Gravitation Newtonienne, École Doctorale d’Astrophysique d’Ile-de-France (Paris VI et Paris VII)  
 2003–2005 : Cours d’Électromagnétisme de Maxwell, D.E.U.G. 2<sup>ème</sup> année de Sciences de la Terre et de l’Univers (Paris VII)  
 2006–2007 : Cours de Relativité Générale, Mastère 2 de Physique (N.P.A.C.), Université Paris Sud (Orsay)  
 2003–2013 : Cours de Relativité Générale, Mastère 1 de Physique, École Normale Supérieure (Paris)  
 2015 : Cours de Relativité Générale Avancée, 2<sup>ème</sup> année d’École doctorale de Physique Théorique (Paris)  
 2017 : Cours sur les Ondes Gravitationnelles, CEA-Saclay

### D. Encadrement de thèses

1997–1999 : Guillaume Faye,<sup>2</sup> *Équations du mouvement d’un système binaire d’objets compacts en relativité générale* (thèse soutenue en décembre 1999)  
 1999–2001 : Philippe Canitrot, *Détection et analyse du signal d’ondes gravitationnelles émises par les binaires compactes spiralantes dans l’expérience VIRGO* (thèse en co-direction avec Jean-Yves Vinet, soutenue en janvier 2001)  
 2000–2002 : Olivier Poujade, *Itération post-newtonienne du champ gravitationnel intérieur à un système isolé* (thèse soutenue en décembre 2002)  
 2002–2006 : Samaya Nissanke, *Effet du freinage de rayonnement dans les équations du mouvement d’un système binaire de trous noirs* (thèse soutenue en septembre 2006)  
 2007–2010 : Alexandre Le Tiec,<sup>3</sup> *Approximation de limite proche pour la coalescence de deux trous noirs en relativité générale* (thèse soutenue en septembre 2010)  
 2010–2013 : Sylvain Marsat, *Effets des spins dans la dynamique et le rayonnement des binaires compactes spiralantes* (thèse soutenue en septembre 2013)  
 2013–2016 : Laura Bernard, *Quelques aspects phénoménologiques de la relativité générale et de ses extensions* (thèse en co-direction avec Cédric Deffayet, soutenue en juin 2016)  
 depuis 2015 : Tanguy Marchand, *Rayonnement gravitationnel des systèmes binaires & Modèles théoriques alternatifs* (thèse en co-direction avec David Langlois, prévue en 2018)

<sup>1</sup> Cette activité a été examinée par la commission interdisciplinaire de valorisation de la recherche du C.N.R.S. (session d’automne 1991).

<sup>2</sup> Guillaume Faye a été recruté à la section Physique Théorique (02) du C.N.R.S. en 2004.

<sup>3</sup> Alexandre Le Tiec a été recruté à la section Astrophysique (17) du C.N.R.S. en 2013.

### E. Formation dans des écoles thématiques

- 1995 : École de Physique des Houches: *Relativistic gravitation and gravitational radiation*  
 1999 : Como school of Physics, Italie: *Gravitational waves*  
 2001 : Bad Honnef international school of Physics, Allemagne: *Gravity experiments in space*  
 2003 : École de Physique de Cargèse: *Black holes in Astrophysics*  
 2006 : Trimestre Institut Henri Poincaré, Paris: *Gravitational waves, relativistic astrophysics and cosmology*  
 2008 : École thématique du C.N.R.S., Orléans: *Masse et mouvement en relativité générale*  
 2013 : École de Physique VESF-EGO, Rome, Italie: *Gravitational waves — theory and experiments*  
 2014 : General Relativity @ 99, Bad Honnef, Allemagne: *Analytical approximation methods in general relativity*  
 2017 : School on Gravitational Waves for Cosmology and Astrophysics, Benasque, Espagne: *GW theory*  
 2017 : École de Physique des Particules de l'IN2P3, Gif-sur-Yvette: *Relativité générale et gravitation modifiée*  
 2016–2017 : Nombreux exposés grand public sur la détection des ondes gravitationnelles par LIGO/VIRGO

### F. Séjours à l'étranger

- 1984 : Caltech, Pasadena, États-Unis (15 mois)  
 1988 : Max Planck Institut, Munich, Allemagne (3 semaines)  
 1992 : Jena University, Allemagne (3 semaines)  
 1995 : Washington University in Saint Louis, États-Unis (1 semaine)  
 1996 : Albert Einstein Institute, Potsdam, Allemagne (2 semaines)  
 1997 : Albert Einstein Institute, Potsdam, Allemagne (1 mois)  
 1997 : Yukawa Institute, Kyoto University, Japon (3 semaines)  
 1998 : Albert Einstein Institute, Potsdam, Allemagne (3 mois)  
 1998 : Osaka University, Japon (1 mois)  
 2000 : Caltech, Pasadena, États-Unis (2 mois)  
 2001 : Washington University in Saint Louis, États-Unis (3 mois)  
 2002 : Hirosaki University, Japon (3 semaines)  
 2004 : Raman Research Institute, Bangalore, Inde (3 semaines)  
 2004 : Yukawa Institute, Kyoto University, Japon (3 mois)  
 2005 : Texas University at Brownsville, Louisiana State University, États-Unis (3 semaines)  
 2006 : Raman Research Institute, Bangalore, Inde (2 semaines)  
 2007 : University of Florida, University of Maryland, États-Unis (2 semaines)  
 2007 : Raman Research Institute, Bangalore, Inde (1 semaine)  
 2008 : Brazilian Center for Physics Research, Rio de Janeiro, Brésil (3 semaines)  
 2008 : Weizmann Institute, Tel Aviv, Israël (2 semaines)  
 2010 : University of Florida, États-Unis (3 semaines)  
 2011 : Raman Research Institute, Bangalore, Inde (2 semaines)  
 2011 : Rochester Institute of Technology, États-Unis (3 semaines)  
 2012 : Yukawa Institute, Kyoto University, Japon (2 semaines)  
 2013 : Weizmann Institute, Tel Aviv, Israël (2 semaines)  
 2013 : Université des Iles Baléares, Palma de Majorca, Espagne (1 semaine)  
 2013 : Raman Research Institute, Bangalore, Inde (2 semaines)  
 2014 : Universities of Florida, Maryland, Pennstate and Rochester Institute of Technology, États-Unis (5 semaines)  
 2014 : Weizmann Institute, Tel Aviv, Israël (2 semaines)  
 2015 : Fields Institute, Toronto, Canada (2 semaines)  
 2015 : Southampton University, Grande-Bretagne (1 semaine)  
 2015 : Centre for Theoretical Physics, New Delhi, Inde (1 semaine)  
 2016 : University of Florida, États-Unis (2 semaines)  
 2017 : University La Sapienza, Rome, Italie (1 semaine)

### G. Conférences invitées principales

- 1984 : Conference on Gravitation, Geometry and Relativistic Physics, Aussois, France  
 1993 : Conference des Journées Relativistes Espagnoles (ERE-93), Salas, Espagne  
 1993 : Conference de Prospective Scientifique du C.N.E.S., Saint-Malo, France  
 1994 : LIGO Workshop on Data Analysis, Caltech, États-Unis  
 1995 : 3<sup>rd</sup> International Conference on Gravitation and Cosmology, Puna, Inde  
 1997 : Conference on Gravitational-Wave Sources, Pisa, Italie  
 1997 : Conference on Gravitational Radiation, Pennstate, États-Unis  
 1997 : Stefan Banach Conference on Mathematical Relativity, Warsaw, Pologne  
 1997 : 2<sup>d</sup> Gravitational Wave Data Analysis Workshop, Orsay, France  
 1997 : Conference on Mathematical Aspects of Gravity Theories, Weimar, Allemagne  
 1998 : Conference on Black Holes and Gravitational Radiation, Bangalore, Inde  
 1999 : 9<sup>th</sup> Yukawa International Seminar, Kyoto, Japon  
 2001 : 16<sup>th</sup> International Conference on General Relativity, Durban, Afrique du Sud  
 2001 : 25<sup>th</sup> John Hopkins Workshop, Florence, Italie  
 2002 : 3<sup>rd</sup> Gravitational Wave Data Analysis Workshop, Kyoto, Japon  
 2002 : 12<sup>th</sup> Workshop on General Relativity and Gravitation, Tokyo, Japon  
 2003 : Decennial Conference on Gravitation, Pennstate, États-Unis  
 2003 : Stefan Banach Conference on Mathematical Relativity, Warsaw, Pologne  
 2004 : 9<sup>th</sup> Gravitational Wave Data Analysis Workshop, Annecy, France  
 2004 : 4<sup>th</sup> International Conference on Gravitation and Cosmology, Cochin, Inde  
 2005 : VIRGO-EGO Scientific Forum Conference, Pise, Italie  
 2005 : Albert Einstein Century International Conference, Palais de l'UNESCO, Paris, France  
 2005 : XXVIII Encuentros Relativistas Espanoles, A Century of Relativity Physics, Oviedo, Espagne  
 2006 : Symposium on General Relativity, Saint Louis, États-Unis  
 2007 : Conference on Numerical Relativity meets Post-Newtonian approximations, Saint Louis, États-Unis  
 2007 : Rencontres de Blois sur la Matière Noire, Blois, France  
 2008 : 5<sup>th</sup> ILIAS annual conference, Jaca, Espagne  
 2008 : 43<sup>rd</sup> Rencontres de Moriond on Cosmology, La Thuile, Italie  
 2008 : 2<sup>d</sup> Conference on Post-Newtonian Physics, Jena, Allemagne  
 2008 : 11<sup>th</sup> Capra meeting on Radiation Reaction and Self-Force, Orléans, France  
 2009 : International Astronomical Union symposium on Celestial Mechanics, Virginia Beach, États-Unis  
 2009 : Conference on Alternatives to Dark Matter and Dark Energy, Leiden, Pays-Bas  
 2010 : 19<sup>th</sup> International Conference on General Relativity, Mexico City, Mexique  
 2010 : 20<sup>th</sup> Workshop on General Relativity and Gravitation, Kyoto, Japon  
 2010 : Conference on Alternatives to Dark Matter, Strasbourg, France  
 2011 : Workshop on Antimatter and Gravitation, Institut Henri Poincaré, Paris, France  
 2011 : Conference on Effective Field Theories, Perimeter Institute, Canada  
 2011 : 10<sup>th</sup> International Conference on Gravitation and Cosmology, Qhi Nhon, Vietnam  
 2012 : Conference on Atomic Interferometry and General Relativity Tests, Bad Honnef, Allemagne  
 2012 : Conference on Recent developments in Gravity, Chania, Grèce  
 2012 : Forty years of Black Hole Thermodynamics (to honor J. Bekenstein), Jerusalem, Israël  
 2012 : Workshop on Gravity and Cosmology 2012, Kyoto, Japon  
 2013 : International conference on the Equivalence Principle and Microscope, Palaiseau, France  
 2013 : Colloquium de l'Université de Genève, Suisse  
 2013 : Colloquium du Weizmann Institute, Tel Aviv, Israël  
 2013 : Hot Topics in General Relativity and Gravitation, Qui Nhon, Vietnam  
 2013 : 2<sup>d</sup> Workshop on Antimatter and Gravity, Berne, Suisse  
 2014 : Séminaire de Prospective Scientifique du C.N.E.S., La Rochelle, France

2014 : Symposium at the University of Florida, Gainesville, États-Unis  
 2014 : Colloquium du Rochester Institute of Technology, États-Unis  
 2015 : Séminaire au Collège de France, Paris, France  
 2015 : Deutsche Physikalische Gesellschaft meeting, Berlin, Allemagne  
 2015 : Workshop on approximation methods in GR, Fields Institute, Toronto, Canada  
 2015 : Hot Topics in General Relativity and Gravitation, Qui Nhon, Vietnam  
 2015 : Rencontres de Moriond on Gravitation and Cosmology, La Thuile, Italie  
 2015 : Cosmology – 50 years after the discovery of the CMB, Qui Nhon, Vietnam  
 2015 : International Conference on Gravitation and Cosmology (ICGC), Mohali, India  
 2016 : Colloquium de l’Institut d’Astrophysique de Paris, France  
 2016 : Colloque de l’AEIS, Institut H. Poincaré, Paris, France  
 2016 : Conference on the First Observation of a Binary Black Hole Merger, Hannover, Allemagne  
 2016 : Conference on Gravitational Waves and Cosmology, DESY, Hambourg, Allemagne  
 2016 : Conference on Physics and Astrophysics at the Extreme, Pennstate, États-Unis  
 2016 : Conference on Effective Field Theories and PN approximations, Sao Paulo, Brésil  
 2017 : 52<sup>rd</sup> Rencontres de Moriond on Gravitation, La Thuile, Italie  
 2017 : Conference on The Physics of Extreme Gravity Stars, Nordita, Stockholm, Suède  
 2017 : Hot Topics in Modern Cosmology, Cargèse, France  
 2017 : IAP colloquium on Era of Gravitational Wave Astronomy, Paris, France  
 2017 : International conference on Pulsar Timing Array, Sèvres, France  
 2017 : Hot Topics in General Relativity and Gravitation, Qui Nhon, Vietnam  
 2017 : Conference on Physics and Astrophysics at the Extreme, Amsterdam, Pays-Bas

#### H. Responsabilités diverses

1990–1991 : Membre du groupe théorique de l’expérience STEP  
 1994–1996 : Membre du groupe de travail de l’expérience PHARAO/ACES  
 1993–2004 : Membre du groupe de Physique Fondamentale du C.N.E.S.  
 2003–2006 : Membre du Fundamental Physics Advisory Group (FPAG) de l’E.S.A.  
 2004–2008 : Membre nommé de la commission interdisciplinaire Astroparticules (CID 47) du C.N.R.S.  
 2004–2008 : Membre du conseil d’administration de l’OSU Institut d’Astrophysique de Paris  
 2005–2008 : Membre élu du bureau du VIRGO-EGO Scientific Forum (VESF)  
 2008–2015 : Membre du Steering Technical Advisory Committee (STAC) de l’expérience VIRGO  
 depuis 2010 : Membre du comité scientifique du GRAM (Gravitation, Références, Astronomie, Métrologie)  
 depuis 2013 : Membre du groupe théorique de l’expérience STE-QUEST  
 2013 : Président du comité de visite AERES du laboratoire SYRTE de l’Observatoire de Paris  
 2013–2017 : Président du groupe de Physique Fondamentale du C.N.E.S.

#### I. Distinctions

2002 : Prix Langevin de Physique de l’Académie des Sciences  
 2012 : Élu membre correspondant du Bureau des Longitudes  
 2016 : L’un des lauréats du “Special Breakthrough Prize in Fundamental Physics” pour la détection des ondes gravitationnelles, 100 ans après leur prédiction par Einstein

## II. THÉORIE DU RAYONNEMENT GRAVITATIONNEL

Le problème du rayonnement gravitationnel engendré par des sources astrophysiques est abordé à l'aide de méthodes d'approximation analytiques en relativité générale. Plus particulièrement, nous développons la théorie nécessaire à la détection et à l'interprétation des ondes gravitationnelles reçues par les détecteurs du type VIRGO et LIGO au sol, et du type LISA dans l'espace, en provenance de systèmes binaires d'étoiles compactes — trous noirs et/ou étoiles à neutrons. La relativité générale est utilisée comme un outil permettant de faire des prédictions très précises sur les formes d'ondes gravitationnelles, et donc, *in fine*, d'explorer l'existence et de comprendre l'astrophysique des sources de rayonnement gravitationnel. Dans le cas des systèmes binaires elle permet de confronter les observations réelles avec la solution théorique du problème à deux corps, et d'effectuer des tests nouveaux de la relativité générale. En 2015 a eu lieu la première détection du rayonnement gravitationnel en provenance d'un système binaire de deux trous noirs par la collaboration LIGO/VIRGO. La prédiction théorique de la relativité générale pour ces systèmes est parfaitement conforme aux observations.

### A. Importance des systèmes binaires compacts en astrophysique

#### 1. Rayonnement gravitationnel des pulsars binaires

La relativité générale d'Einstein (1915) — l'une des plus belles théories scientifiques — est restée pendant longtemps, après ses succès initiaux, à l'écart du courant principal de la Physique, dominé par la mécanique quantique et plus tard la théorie quantique des champs, et particulièrement de la Physique expérimentale, jusqu'au début des années 1960, époque à laquelle elle a subi un renouveau et un essor remarquables (Eisenstaedt 2002). Du point de vue théorique, cette époque a vu l'élucidation des concepts de trou noir et de singularité (avec notamment les théorèmes de Penrose et Hawking), la découverte du trou noir de Kerr (1963), l'entropie du trou noir (Bekenstein 1973) et le rayonnement de Hawking (1974), les études sur la structure globale de l'espace-temps, et la compréhension correcte de la nature du rayonnement gravitationnel et de son action sur la matière (Bondi 1957). Du point de vue expérimental, on pense à la vérification en laboratoire du décalage gravitationnel vers le rouge ou effet Einstein (Pound & Rebka 1960), aux nouvelles expériences sur le principe d'équivalence (Dicke *et al.* 1964), aux barres de Weber (1960) pour la détection du rayonnement gravitationnel, à la mesure de l'effet de retard gravitationnel (Shapiro 1964), et plus généralement à la vérification que les effets relativistes dans le Système Solaire sont conformes à moins de un millième près avec la prédiction de la relativité générale. Celle-ci est donnée pour le mouvement relativiste de  $N$  planètes ponctuelles par les équations d'Einstein, Infeld & Hoffmann (1937). Dans une théorie alternative cette prédiction est paramétrisée par les paramètres post-newtoniens (PPN) d'Eddington (Nordtvedt 1968, Will 1971).

L'émergence de la relativité générale en tant que théorie physique, qui fait des prédictions et voit ses prédictions réalisées, est magnifiquement illustrée par la découverte du pulsar binaire PSR 1913+16 par Hulse & Taylor (1974). Ce pulsar, qui est en orbite rapprochée autour d'un compagnon invisible (une autre étoile à neutrons), a permis de vérifier l'existence du rayonnement gravitationnel par ses effets sur la dynamique du système binaire formé par le pulsar et son compagnon (Taylor *et al.* 1979). Après le "renouveau" de la relativité générale, l'existence du rayonnement gravitationnel en tant que prédiction théorique était acquise, et après la découverte du pulsar binaire, on avait une preuve expérimentale de son existence physique: chaque seconde la période  $P$  du mouvement orbital décroît de  $2.4 \cdot 10^{-12}$  secondes — ce qui est exactement la valeur donnée par la formule du quadrupôle d'Einstein pour le rayonnement gravitationnel, appliquée à un système de deux masses ponctuelles en mouvement sur une ellipse keplerienne (Peters & Mathews 1964).

Une classe d'objets en astrophysique différente des pulsars binaires avait aussi permis de mettre en évidence le rayonnement gravitationnel. En fait cette vérification était connue depuis longtemps par les astronomes (qui ne mettent pas en doute le rayonnement gravitationnel), mais beaucoup moins par les relativistes: ces objets sont les binaires dites "cataclysmiques", où une étoile évoluée normale, de faible masse, remplit son lobe de Roche et déverse de la matière sur une étoile compacte plus massive, qui est en fait une naine blanche. La binaire émet en rayons UV (et aussi en X) à cause du transfert de masse et de l'accrétion avec chauffage de la matière par l'étoile compacte. On sait que de tels systèmes ne peuvent être stables pendant une longue période de temps, et donc émettre des UV de façon continue telle qu'on l'observe, que si une perte de moment cinétique orbital vient compenser l'augmentation de distance des deux étoiles due au transfert de matière de la moins massive (l'étoile normale) à la plus massive (la naine blanche). Dans le cas de binaires de périodes orbitales  $P \gtrsim 2 - 3$  heures on sait que l'on doit invoquer des mécanismes purement astrophysiques, et le rayonnement gravitationnel est négligeable dans ce cas. Mais pour les binaires de courte période,  $P \lesssim 2$  heures, il se trouve que seul un mécanisme de perte de moment cinétique est possible: c'est le rayonnement gravitationnel. Les binaires cataclysmiques de courte période représentent donc des systèmes observables (par leur émission UV) où l'évidence observationnelle est que le rayonnement gravitationnel y

joue un rôle crucial.

La formule du quadrupôle avait été obtenue à l’origine par Einstein (1918) en supposant que les mouvements du système sont d’origine non-gravitationnelle. Dans le cas d’un système comme le pulsar binaire cette restriction est évidemment inadmissible, car la force en jeu, responsable du mouvement engendrant le rayonnement gravitationnel, est bien sûr la force gravitationnelle. Une preuve, mais dont le niveau de rigueur n’est pas entièrement satisfaisant, que la formule du quadrupôle est valable aussi dans le cas d’un système *auto-gravitant*, apparaît dans les premières éditions du fameux traité “Théorie classique des champs” de Landau & Lifshitz (1941). Une preuve complète de la validité de la formule du quadrupôle dans le cas de l’émission d’ondes gravitationnelles par des systèmes auto-gravitants post-newtoniens, décrits en bonne approximation par la loi newtonienne de la gravitation, est donnée par Blanchet & Damour (1989) [A7].<sup>4</sup>

La justification complète de l’applicabilité de la formule du quadrupôle au mouvement de deux corps fortement auto-gravitants comme PSR 1913+16 et son compagnon, nécessite en fait un calcul de “mécanique céleste” en relativité générale, qui consiste à déterminer les *équations du mouvement* du système binaire, donnant l’accélération de chacun des corps en fonction des positions et des vitesses des deux corps et de leurs masses, jusqu’à un ordre post-newtonien suffisamment élevé pour prendre en compte l’effet de réaction à l’émission du rayonnement gravitationnel. En relativité générale, les forces de réaction au rayonnement gravitationnel apparaissent à l’ordre post-newtonien dit 2.5PN, suivant la notation de Chandrasekhar (1965), qui correspond aux termes d’ordre  $(v/c)^5$ , où  $v$  est la vitesse orbitale typique du système binaire, et  $c$  la vitesse de la lumière. Les effets de réaction au rayonnement à cet ordre ont été calculés dans le cas d’une source post-newtonienne générale par Chandrasekhar & Esposito (1970) et (dans une jauge différente) par Burke & Thorne (1970). Le calcul complet des équations du mouvement jusqu’à l’ordre 2.5PN dans le cas de corps compacts a été fait dans le travail séminal de T. Damour et ses collaborateurs (Bel, Damour *et al.* 1981; Damour & Deruelle 1981, 1982; Damour 1983),<sup>5</sup> et a prouvé que la valeur numérique de la décroissance de la période orbitale du pulsar binaire ( $\dot{P} \simeq -2.4 \cdot 10^{-12}$ ) est bien due à la réaction du rayonnement gravitationnel. Il est à noter que le phénomène s’explique entièrement à l’aide de l’effet dominant de réaction au rayonnement à l’ordre 2.5PN, qui peut en fait être vu comme “newtonien” à cet ordre, car il correspond dans le champ d’ondes à la formule “newtonienne” du quadrupôle d’Einstein dans laquelle le moment quadrupolaire est newtonien. Les corrections relativistes post-newtoniennes au  $\dot{P}$  du pulsar binaire ont été calculées par Blanchet & Schäfer (1989, 1993) [A8, A13] mais sont complètement négligeables — cela ne sera pas le cas des binaires compacts spiralantes!

Le rayonnement gravitationnel des pulsars binaires, observé par la décroissance de la période orbitale, permet de contraindre les théories alternatives de la gravitation, et notamment les théories tenseur-scalaires dans lesquelles un ou plusieurs champs scalaires, représentant un secteur encore inconnu de l’interaction gravitationnelle, se superposeraient au tenseur habituel de la relativité générale. Essentiellement, la présence d’un champ scalaire implique l’apparition d’un rayonnement gravitationnel dipolaire se superposant au rayonnement quadrupolaire du champ de spin 2 (Will 1980). Cet effet se comprend de la façon suivante. En relativité générale le principe d’équivalence est valable non seulement pour tous les champs de matière mais aussi pour le champ de gravitation lui-même; c’est ce qu’on appelle le principe d’équivalence “fort”. Si l’on rajoute un champ scalaire, même couplé métriquement à la matière (comme pour le champ de Jordan 1946, et Brans & Dicke 1961), il en résulte une violation du principe d’équivalence fort, bien que le principe d’équivalence d’Einstein reste valable. Cette violation peut se caractériser à l’ordre post-newtonien par le paramètre de Nordtvedt (1968). Si les deux étoiles à neutrons ont des masses un peu différentes, elles auront des énergies internes gravitationnelles différentes, d’où l’apparition, en cas de violation du principe d’équivalence fort, d’un dipôle gravitationnel qui ne sera plus exactement proportionnel à l’intégrale conservée du centre de masse (de par les lois du mouvement), et qui pourra donc rayonner. Le rayonnement dipolaire n’étant pas observé, on en déduit une contrainte très forte sur l’existence d’un champ scalaire éventuel, si forte qu’en fait il a été suggéré que pour la recherche des signaux gravitationnels émis par les binaires compacts spiralantes dans LIGO et VIRGO, il suffit d’utiliser la prédiction de la relativité générale, sans adjonction de champs scalaires (Damour & Esposito-Farèse 1995).

## 2. Rayonnement gravitationnel des systèmes binaires compacts spiralants

Lorsqu’à la fin de sa vie, dans environ 350 millions d’années, le système formé par le pulsar binaire PSR 1913+16 et son compagnon aura émis toute son énergie gravitationnelle sous forme d’ondes gravitationnelles, il deviendra ce qu’on appelle une binaire spiralante d’étoiles à neutrons. La binaire compacte spiralante (étoiles à neutrons ou trous

<sup>4</sup> Les citations par nom et date se réfèrent à la littérature générale, et les références à des articles de l’auteur sont notées [X $\eta$ ] et renvoient à la liste de publication classée en fin de notice.

<sup>5</sup> Ce calcul a été refait depuis à l’aide de méthodes différentes, notamment dans l’article [A25].



noirs), est la source de rayonnement gravitationnel la plus intéressante pour le réseau des détecteurs interférométriques LIGO/VIRGO.<sup>6</sup> Deux étoiles à neutrons ou trous noirs parcourent une orbite rapprochée, dans les derniers instants précédant leur coalescence ou fusion finale. L'orbite relative décrite par la binaire est une spirale rentrante à cause de la perte d'énergie liée à l'émission du rayonnement gravitationnel. Les forces de réaction au rayonnement ayant tendance à circulariser rapidement l'orbite, pour toutes les applications on pourra considérer l'orbite comme *quasi-circulaire* (voulant dire par là que la non-circularité est due uniquement au spiralement rentrant de l'orbite).

Pendant la phase spirale, la fréquence orbitale  $\omega = 2\pi/P$  augmente de façon *adiabatique*, c'est-à-dire que le changement relatif de fréquence pendant une période correspondante  $P$  est faible. En fait l'ordre de grandeur en terme post-newtonien du paramètre adiabatique  $\dot{\omega}/\omega^2$  est donné par l'ordre 2.5PN de la force de réaction au rayonnement gravitationnel:

$$\frac{\dot{\omega}}{\omega^2} = \mathcal{O}\left(\frac{v}{c}\right)^5. \quad (2.1)$$

On voit donc déjà que la phase spirale pourra être décrite de façon très naturelle par l'approximation post-newtonienne de la relativité générale. Après une longue phase de spiralement adiabatique le système binaire atteint ce qu'on appelle la dernière orbite circulaire (par exemple l'ICO ou "innermost circular orbit" telle qu'elle est définie dans [A34]), qui représente l'analogue, pour le cas de deux corps de masses comparables, de la dernière orbite circulaire stable ou ISCO autour du trou noir de Schwarzschild ( $r_{\text{ISCO}} = 6GM/c^2$ ). Après cette orbite la dynamique des deux corps est principalement régie par la réaction de rayonnement, et ils fusionnent rapidement pour former un trou noir unique, initialement déformé mais qui finira après un certain temps par atteindre, par émission en ondes gravitationnelles de ses modes quasi-normaux, un régime stationnaire à savoir le trou noir de Kerr.<sup>7</sup>

Les binaires compactes spirales sont parmi les systèmes les plus relativistes que l'on puisse observer: à la fois du point de vue de la relativité restreinte, car la vitesse relative orbitale atteint  $\sim 0.5c$  dans les dernières orbites (au voisinage de l'ICO), et du point de vue de la relativité générale, car les masses en jeu sont importantes, de l'ordre de  $1.4 M_{\odot}$  pour des étoiles à neutrons et peut-être jusqu'à  $10\text{--}50 M_{\odot}$  pour des trous noirs stellaires observables par LIGO/VIRGO (et  $10^{5\text{--}7} M_{\odot}$  pour les trous noirs galactiques observables par LISA). Des milliers de cycles orbitaux sont ainsi parcourus en quelques millisecondes avant la fusion finale, dans ce qu'on pourrait décrire comme une sorte de "spirale infernale" montrant les derniers spasmes et l'agonie du système binaire compact [D1]. C'est dans la phase précédant immédiatement la mort violente des binaires compactes que l'onde gravitationnelle qui sera détectée par VIRGO est produite. La dynamique des systèmes binaires est fortement asymétrique et génère beaucoup de rayonnement gravitationnel (au contraire de l'effondrement gravitationnel essentiellement sphérique des couches internes des supernovæ, qui par le théorème de Birkhoff en relativité générale ne génère que très peu de rayonnement).

Des événements de fusion de deux objets compacts en un trou noir (précédés par la phase adiabatique spirale) se produisent de façon certaine dans l'Univers (Clark & Eardley 1960, Thorne 1987). Connaissant le nombre de systèmes binaires tels que le pulsar binaire PSR 1913+16 dans notre galaxie, et connaissant par application de la formule du quadripôle leur durée de vie jusqu'à la fusion finale (350 millions d'années dans le cas de PSR 1913+16), on peut déduire que quelques événements de coalescences d'étoiles à neutrons devraient survenir par an dans un rayon de 100 Mpc autour de notre Galaxie. Ces événements seront assez puissants pour être détectés par VIRGO et LIGO dans la configuration avancée prévue pour une mise en service en 2016. Ils entreront dans la bande de fréquence des détecteurs quelques minutes avant la coalescence, lorsque la fréquence du signal, qui est égale à 2 fois la fréquence orbitale pour l'harmonique principale, atteindra  $\sim 10$  Hz. Le détecteur VIRGO, qui a de très bonnes performances à basse fréquence grâce à ses super-atténuateurs du bruit sismique, pourra capter très tôt le signal des binaires spirales d'étoiles à neutrons, et augmenter ainsi le rapport signal-sur-bruit par une longue intégration du signal à partir de la basse fréquence.

L'existence des binaires spirales de trous noirs était moins certaine, car on ne connaît pas de systèmes binaires de deux trous noirs dans notre galaxie, ou d'une étoile à neutron (qui serait observée comme pulsar) en orbite autour d'un trou noir. Néanmoins, les simulations numériques de l'évolution de systèmes binaires permettent de suivre depuis sa naissance un système d'étoiles normales double, qui passe à la fin de la vie des étoiles par les deux phases critiques de géantes rouges et les deux explosions de supernovæ qui engendrent les deux trous noirs (si les étoiles progénitrices sont suffisamment massives). On peut donc dénombrer statistiquement le nombre de systèmes binaires de trous noirs

---

<sup>6</sup> Le réseau actuel comporte deux détecteurs de grande taille, LIGO aux États-Unis avec une longueur de bras de 4 km, et le détecteur franco-italien VIRGO construit près de Pise avec des bras de 3 km, ainsi que des détecteurs de taille intermédiaire, GEO-600 à Hanovre, taille 600 m, et TAMA au Japon, 300 m. Dans l'avenir, des détecteurs comme LISA ou la version purement européenne eLISA, observeront depuis l'espace.

<sup>7</sup> Les modes quasi-normaux sont les modes de vibration intrinsèque du trou noir, en réponse à une perturbation d'origine quelconque. Ces modes ont des fréquences élevées et ne devraient pouvoir être détectés par VIRGO et LIGO que si le trou noir final est assez massif.

formés sur une orbite assez serrée pour fusionner dans un temps de Hubble. Ces études indiquent que les binaires de trous noirs se forment réellement (notamment l’explosion des supernovæ menant à la formation des trous noirs ne détruit pas l’orbite), et surtout que leur distribution en masse (comprise entre 5 et 20  $M_{\odot}$ ) est compatible avec la bande de fréquence des détecteurs. La première détection du rayonnement gravitationnel par LIGO/VIRGO en provenance d’un binaire de trous noirs permet d’affiner les paramètres des scénarios d’évolution de systèmes binaires et de formation de trous noirs massifs.

### 3. Modélisation des binaires compactes spiralantes

L’intérêt principal des systèmes binaires compacts spiralants réside dans le fait que l’onde gravitationnelle qu’ils émettent est calculable avec grande précision, indépendamment des détails de la structure interne des deux étoiles, et de la présence possible d’un environnement astrophysique mal modélisé (Cutler *et al.* 1993). Il a en effet été montré que les effets non gravitationnels, qui compliquent la dynamique des systèmes binaires d’étoiles normales: effets de marée, influence du champ de vitesses interne des étoiles, équation d’état de la matière, présence d’un milieu interstellaire, effets des champs magnétiques sur l’orbite, *etc.*, sont très faibles dans le cas de corps compacts en comparaison avec les effets gravitationnels orbitaux. La binaire compacte spiralante peut donc être modélisée, avec grande précision, par un système de deux particules ponctuelles, sans structure interne, caractérisées uniquement par leur masses  $m_1$  et  $m_2$  — incluant l’énergie interne gravitationnelle — et éventuellement aussi par leurs rotations ou spins  $S_1$  et  $S_2$ . Pour des corps compacts, les équations du mouvement et le champ d’ondes gravitationnelles sont essentiellement des fonctions des masses, dépendant très peu de paramètres sensibles à l’équation d’état de la matière à l’intérieur des étoiles comme les “compacités”  $K_1 = Gm_1/(c^2a_1)$  et  $K_2 = Gm_2/(c^2a_2)$  (où  $a_1$  et  $a_2$  sont les rayons). Une justification de ce fait réside dans l’application du principe d’équivalence au sens fort (vrai en relativité générale): dans un référentiel localement inertiel de l’une des étoiles, le champ gravitationnel de l’autre étoile est éliminé, aux effets de marées près — ceci est valable même pour des étoiles compactes en vertu du principe d’équivalence fort —, et d’après le théorème de Birkhoff le champ de l’étoile ne dépend que de sa masse totale. Cette conséquence intéressante du principe d’équivalence fort a été appelée *principe d’effacement* de la structure interne (Damour 1983).

Le problème théorique des binaires compactes spiralantes est donc essentiellement le problème des *deux corps en relativité générale*, *i.e.* le mouvement et le rayonnement de deux masses ponctuelles  $m_1$  et  $m_2$  sans structure interne. (Les spins  $S_1$  et  $S_2$  doivent en fait aussi être considérés.) Nous avons vu qu’une simplification du problème (mais relativement mineure) est que l’orbite de la binaire est quasi-circulaire. Ce problème ne peut être abordé que par des méthodes d’approximations en relativité générale. Il a été montré (Will 1994, Blanchet 1997 [B2]) que l’approximation post-newtonienne, où développement formel lorsque la vitesse de la lumière  $c \rightarrow +\infty$ , constitue l’outil idéal pour le calcul des équations du mouvement et du champ d’ondes gravitationnelles, dans la phase de spiralement adiabatique. Cette affirmation a été vérifiée *a posteriori* car les approximations post-newtoniennes successives sont “de meilleure en meilleure”, et s’approchent de façon extraordinairement proche, mais peut-être seulement au sens des séries asymptotiques, de la solution exacte [A34].

La méthode post-newtonienne n’est plus valable lorsque l’on s’approche de la fusion des deux objets compacts, et doit être remplacée par une intégration numérique des équations d’Einstein. Le calcul numérique est par exemple indispensable pour décrire en détails le mécanisme de fusion des horizons des deux trous noirs. Ces dernières années la relativité numérique a réussi à calculer la forme d’onde émise lors de la fusion de deux trous noirs (Pretorius 2005, Baker *et al.* 2006, Campanelli *et al.* 2006). Depuis, le résultat de ce calcul a été raccordé avec grande précision à la forme d’onde post-newtonienne décrivant la phase spiralante (voir la Figure 1). On peut conclure que la combinaison de la méthode analytique post-newtonienne qui est valable pour des séparations arbitraires des deux corps mais échoue au moment de la coalescence, et de la méthode numérique très précise lors des phases de fusion et de vibration du trou noir final mais qui n’est pas applicable dans la phase spiralante (à cause des temps de calcul prohibitifs), résoud le problème de la coalescence d’objets compacts. De plus, dans le cas d’étoiles à neutrons ou de trous noirs peu massifs, la plus grande partie du rapport signal-sur-bruit proviendra de la phase spiralante, bien décrite par l’approximation post-newtonienne, et on pourra négliger le signal produit lors de la fusion et de la vibration finales.

De nombreuses études d’analyse du signal dans LIGO et VIRGO (utilisant la bande de fréquence et la densité spectrale du bruit des détecteurs), ont examiné la précision de la mesure des paramètres de la binaire tels que les masses et éventuellement les spins, et ont montré qu’une prédiction très précise, en terme du développement post-newtonien, est nécessaire pour tirer parti de toute l’information potentielle contenue dans le signal des binaires spiralantes (Cutler & Flanagan 1994, Owen & Sathyaprakash 1998). De plus cette précision est requise non seulement pour l’analyse fine du signal hors-ligne (une fois qu’il aura été détecté), mais aussi pour la détection proprement dite, effectuée en-ligne. Le résultat est que pour construire les “patrons” ou “gabarits” d’ondes gravitationnelles (ou “templates”) des binaires compactes spiralantes, il faut pousser le développement post-newtonien au moins jusqu’à l’approximation 3PN, c’est-à-dire inclure au minimum toutes les corrections relativistes jusqu’à l’ordre  $\sim (v/c)^6$ . Ici

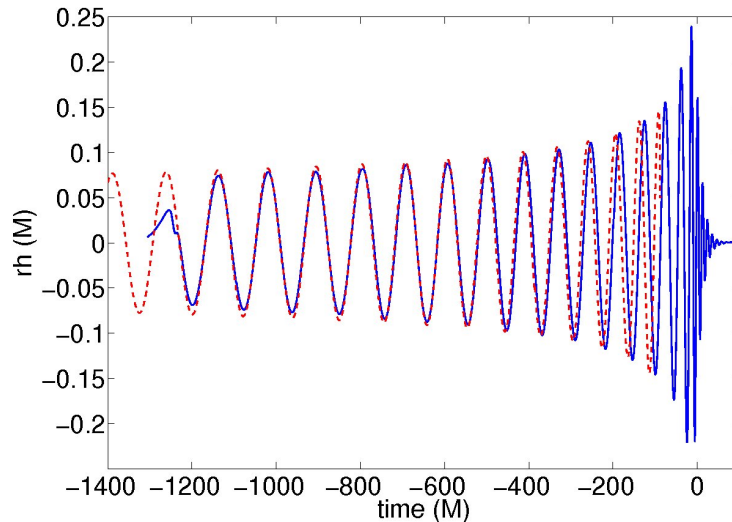


FIG. 1: Raccordement entre la forme d’onde post-newtonienne développée à l’ordre 3.5PN pour la phase spirale (pointillés rouges), et la forme d’onde numérique pour les phases finales de fusion et de vibration (trait plein bleu). Le calcul post-newtonien est d’autant plus précis que les trous noirs sont séparés l’un de l’autre (partie gauche sur l’axe des abscisses), mais n’est plus valable après la dernière orbite circulaire stable. Le calcul numérique est exact lors de la fusion et la vibration (partie droite) mais n’est pas capable d’évoluer plus d’une dizaine d’orbites dans la phase spirale avant la fusion.

l’ordre newtonien correspond à la formule du quadrupôle d’Einstein (qui est newtonienne dans le sens où le moment quadrupolaire du système se calcule avec l’approximation requise en utilisant la loi de Newton).<sup>8</sup> Nous avons vu que le formalisme newtonien est suffisant pour expliquer la réaction de rayonnement dans le pulsar binaire PSR 1913+16 et que les corrections post-newtoniennes sont négligeables dans ce cas [A8, A13]. Pour les binaires compactes spirales on a besoin d’un formalisme autrement plus précis: en pratique 3.5PN dans le champ d’onde, ce qui pour le comparer au pulsar binaire correspond, en terme d’effet de réaction dans les équations du mouvement, à l’ordre 6PN ou  $(v/c)^{12}$  par rapport à l’accélération newtonienne. Il est clair que le développement d’un tel formalisme<sup>9</sup> a nécessité de repenser d’une manière complètement nouvelle — par rapport notamment aux études précédentes purement “asymptotiques” issues des travaux de Bondi *et al.* (1962) et Penrose (1963), et qui sont de façon inhérente disconnectées de la source — le problème de la génération du rayonnement gravitationnel par une source relativiste, c’est-à-dire le lien entre les paramètres physiques décrivant cette source et le champ gravitationnel asymptotique loin de la source.

C’est la première fois dans l’histoire de la relativité générale, que la réalisation d’expériences nouvelles, LIGO et VIRGO (et un jour LISA), suscite des développements théoriques nouveaux. Même pendant la période de son renouveau des années 1960, où elle avait été confrontée à de nouvelles observations et expériences, la relativité générale était restée en avance, se contentant de voir ses prédictions déjà sur étagère confirmées expérimentalement. Bien sûr on n’a pas encore observé le rayonnement en provenance des binaires spirales, et comme on le verra la prédiction de la relativité générale est maintenant sur étagère (Blanchet *et al.* 2002, 2004, 2014) [A33, A41, A78], mais avant la construction de LIGO/VIRGO tous les théoriciens pensaient que les corrections relativistes à la formule du quadrupôle n’ont qu’un intérêt purement académique. Le besoin d’aller à 3PN au delà du quadrupôle pour LIGO/VIRGO a été clairement formulé par le groupe de Caltech (Cutler *et al.* 1993, Cutler & Flanagan 1994), et dans l’article [A13] qui avait montré que des effets non-linéaires d’ordre post-newtonien élevé dans le champ des binaires, dûs aux sillages d’ondes gravitationnelles (ou “tails”), allaient être détectables par LIGO/VIRGO. La détection de la présence de ces termes non-linéaires dans le signal des binaires spirales, rend encore plus intéressantes les observations car elles vont permettre d’effectuer des tests nouveaux de la relativité générale [A14, A15], qu’il est impossible de réaliser dans le Système Solaire ni même dans le pulsar binaire: le signal observé contient-il bien tous les effets non-linéaires post-newtoniens prévus par la relativité générale?

<sup>8</sup> Cette estimation de l’ordre post-newtonien minimal requis a été confirmée *a posteriori* lorsque le calcul a été fait; voir la Table I.

<sup>9</sup> Voir les articles [A4, A5, A11, A16, A24, A35, A48, A78].

La collaboration LIGO/VIRGO a publié récemment les premiers résultats sur la mesure des paramètres post-newtoniens avec les observations des deux événements de fusions de trous noirs binaires, voir la Figure 2.

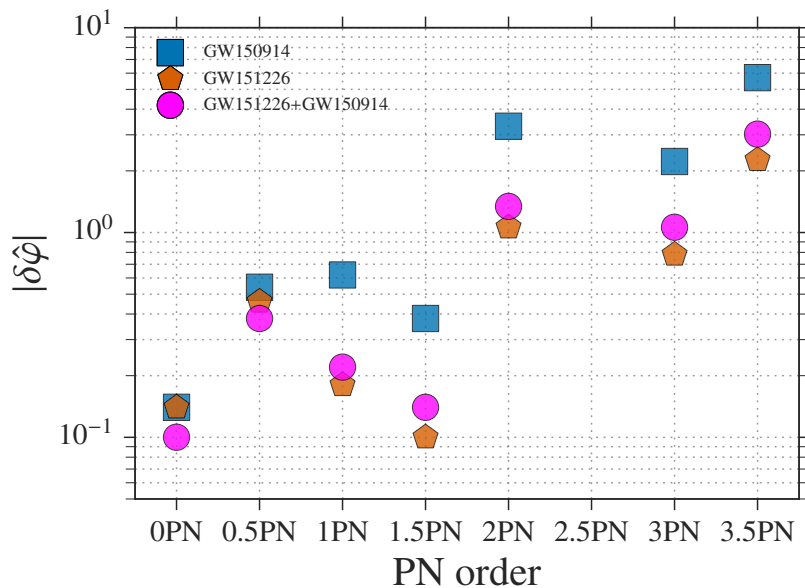


FIG. 2: Limites supérieures sur les déviations à la relativité générale dans les coefficients post-newtoniens dans la fréquence orbitale par les observations combinées des deux événements gravitationnels GW150914 et GW151226. Noter le paramètre à 1.5PN qui reflète la présence de sillages d’ondes gravitationnelles et est testé à mieux que 10 % près. Les coefficients post-newtoniens sont connus jusqu’à l’ordre 3.5PN et ont été calculés dans les travaux scientifiques présentés dans ce rapport, voir par exemple l’équation (2.19).

## B. Travaux scientifiques

Les résultats principaux du travail présenté dans cette partie sont: (i) le développement d’un formalisme général pour le calcul du rayonnement gravitationnel par une source relativiste; (ii) l’application de ce formalisme au calcul des corrections post-newtoniennes dans la dynamique et le champ d’ondes gravitationnelles des binaires compactes spirales jusqu’au niveau d’approximation 3.5PN, soit l’ordre  $\sim (v/c)^7$  au-delà de la formule du quadrupôle d’Einstein. Ce travail a fait l’objet de plusieurs articles de revue [A36, A48, A78, B2, B3, B6].

## I. FORMALISME GÉNÉRAL

Nous considérons tout d’abord le cas général d’un système isolé, constitué d’une distribution de matière étendue et régulière, sans singularités (un “fluide” hydrodynamique), décrite par un tenseur énergie-impulsion de la matière  $T^{\mu\nu}$  *a priori* quelconque quoique à support spatialement compact.

### 1. Champ gravitationnel à l’extérieur d’un système isolé

Dans une première étape nous déterminons le champ d’ondes gravitationnelles engendré par le système isolé dans la région extérieure au système, grâce à une méthode d’approximation analytique, comprenant un développement en non-linéarités (dit post-minkowskien) permettant de résoudre ordre par ordre les équations d’Einstein dans le vide, et des séries multipolaires paramétrisées par les moments multipolaires de la source. On écrit donc un développement non linéaire du type

$$h^{\mu\nu} = Gh_{(1)}^{\mu\nu} + G^2h_{(2)}^{\mu\nu} + \dots + G^n h_{(n)}^{\mu\nu} + \dots, \quad (2.2)$$

où  $h^{\mu\nu}$  est la variable de champ dans une certaine jauge, et les approximations successives sont étiquetées par les puissances de la constante gravitationnelle  $G$ . À l'ordre linéarisé en  $G$  nous avons une série multipolaire paramétrisée qui peut s'écrire schématiquement (Thorne 1980)

$$h_{(1)} \sim \sum_{\ell=0}^{+\infty} \partial_L \left( \frac{1}{r} M_L(t-r/c) \right) + \varepsilon_{ijk} \partial_L \left( \frac{1}{r} S_L(t-r/c) \right), \quad (2.3)$$

où  $\varepsilon_{ijk}$  est le symbole totalement anti-symétrique, la notation  $L$  symbolise  $\ell$  indices spatiaux ( $L = i_1 \cdots i_\ell$ ), et les moments multipolaires de type masse  $M_L(t-r/c)$  et de type courant  $S_L(t-r/c)$  sont à ce stade des fonctions arbitraires du temps retardé. Les bases mathématiques et les conséquences de cette approche, dite *post-minkowskienne-multipolaire*, ont été explorées dans les articles [A4, A5].<sup>10</sup> Nous avons prouvé que cette méthode engendre la solution la plus générale des équations d'Einstein dans le vide extérieur au système isolé. De plus nous avons déterminé une procédure algorithmique [A4] pour calculer explicitement la solution (2.2), ordre par ordre dans le développement post-minkowskien, jusqu'à un ordre  $n$  arbitraire, à partir des moments multipolaires paramétrisant la solution linéarisée (2.3). En développant la solution dans la zone proche de la source ( $r/c \rightarrow 0$ ), nous prouvons en particulier que la structure générale de la série post-newtonienne ( $c \rightarrow \infty$ ) contient des puissances du logarithme de  $c$ , et est du type

$$h \sim \sum_{n,p} \frac{(\ln c)^p}{c^n}, \quad (2.4)$$

où  $n$  et  $p$  sont des entiers. D'autre part, en développant la solution dans la zone lointaine de la source ( $r/\lambda \rightarrow \infty$ , où  $\lambda$  est une longueur d'onde typique), nous retrouvons dans [A5] les résultats des travaux précédents sur la structure asymptotique du champ d'ondes (Bondi *et al.* 1962). En particulier, nous décrivons le champ asymptotique à l'aide de moments multipolaires dits radiatifs  $U_L$  et  $V_L$  (qui diffèrent de  $M_L$  et  $S_L$  à cause des non-linéarités), et prouvons [A5] que l'espace-temps est asymptotiquement plat au sens de Penrose (1963).

## 2. Effets non-linéaires dans le champ d'ondes gravitationnelles

Le calcul algorithmique des différents effets non-linéaires intervenant dans la propagation du rayonnement gravitationnel de sa source vers un observateur situé dans le champ d'ondes a été effectué en plusieurs étapes. Tout d'abord nous avons déterminé l'effet des sillages d'ondes gravitationnelles ("wave tails"), qui sont dûs physiquement à la diffusion du rayonnement gravitationnel sur l'espace-temps courbé par la masse totale  $M$  de la source du rayonnement lui-même. Cet effet apparaît à l'ordre 1.5PN au-delà de la formule du quadrupôle [A11]. Les termes de sillages d'ondes prennent la forme d'intégrales "héréditaires", s'étendant sur toute l'histoire temporelle de la source depuis sa formation dans le passé jusqu'à l'instant actuel, et qui interviennent dans la relation entre les moments sources  $M_L$  et  $S_L$  et les moments radiatifs  $U_L$  et  $V_L$ , du type, l'indice ( $q$ ) désignant le nombre de dérivées temporelles,

$$U_L(t) = M_L^{(2)}(t) + \frac{2GM}{c^3} \int_{-\infty}^t ds M_L^{(4)}(s) \ln \left( \frac{t-s}{s_0} \right). \quad (2.5)$$

Le problème de l'interaction non-linéaire des moments multipolaires entre eux a été exploré plus avant dans les articles [A22, A23], où nous avons obtenu le champ complet dans l'approximation quadrupôle-quadrupôle (qui est quadratique, *i.e.* d'ordre  $G^2$ ), ainsi que le champ asymptotique, à grandes distances du système, dans l'approximation monopôle-monopôle-quadrupôle (cubique, d'ordre  $G^3$ ). L'interaction quadrupôle-quadrupôle contient en particulier l'effet de mémoire non-linéaire (issu des travaux de Christodoulou 1991, Thorne 1992, Wiseman & Will 1991, ainsi que de l'article [A11]), que nous obtenons et complétons par les effets instantanés qui lui sont associés. Quant à l'interaction monopôle-monopôle-quadrupôle, c'est en fait l'interaction cubique dominante, qui comprend en particulier la contribution des sillages d'onde secondaires qui sont engendrés par les sillages d'ondes eux-mêmes. Nous avons montré [A23] que de tels sillages de sillages ("tails-of-tails") d'ondes gravitationnelles interviennent à l'ordre 3PN dans le champ, et devront être inclus dans les patrons d'ondes pour la détection et l'analyse du signal des binaires compactes spirallantes dans VIRGO/LIGO. Le quadrupôle radiatif complet à 3PN est donné par [A22, A23]

$$U_{ij}(t) = M_{ij}^{(2)}(t) + \frac{2GM}{c^3} \int_{-\infty}^t ds M_{ij}^{(4)}(s) \ln \left( \frac{t-s}{s_0} \right)$$

<sup>10</sup> L'article [A4] a été l'objet de la thèse de 3<sup>ème</sup> cycle de l'auteur [E3].

$$\begin{aligned}
& + \frac{G}{c^5} \left\{ -\frac{2}{7} \int_{-\infty}^t ds M_{k(i)}^{(3)}(s) M_{j)k}^{(3)}(s) + \text{termes instantanés} \right\} \\
& + \frac{2G^2 M^2}{c^6} \int_{-\infty}^t ds M_{ij}^{(5)}(s) \left[ \ln^2 \left( \frac{t-s}{s_0} \right) + \frac{57}{70} \ln \left( \frac{t-s}{s_0} \right) + \frac{124627}{44100} \right]. \quad (2.6)
\end{aligned}$$

On reconnaît le terme de mémoire non-linéaire à l'ordre 2.5PN, et le terme de sillages de sillages à l'ordre 3PN. Des généralisations de ce type de formule à des ordres plus élevés et pour les autres moments multipolaires ont été obtenues dans des travaux ultérieurs [A40, A56, A71, A82]. D'autre part la généralisation de la formule (2.6) pour inclure les effets des sillages de sillages de sillages (“tails-of-tails-of-tails”) a été obtenue récemment [A88].

### 3. Moments multipolaires post-newtoniens d'une source isolée

Les moments multipolaires  $M_L(t)$  et  $S_L(t)$  décrivant le système isolé sont par définition ceux qui rentrent dans l'approximation linéarisée (2.3), et qui sont itérés dans l'algorithme post-minkowskien. Dans les articles [A16, A24] nous avons obtenu leur expression générale en fonction des paramètres physique d'une source post-newtonienne, c'est-à-dire pour laquelle il est légitime d'effectuer un développement post-newtonien en mouvement lent ( $v/c \rightarrow 0$ ). Ce résultat a d'abord été démontré à l'ordre 2PN [A16], puis a été généralisé à tous les ordres post-newtoniens dans [A24]. Les moments multipolaires s'écrivent sous forme d'intégrales s'étendant sur le pseudo-tenseur énergie impulsion  $\tau^{\mu\nu}$  des champs de matière et du champ gravitationnel dans la source, et formellement développé en post-newtonien ce que l'on indique par la notation  $\bar{\tau}^{\mu\nu}$ . Le résultat général, valable à tout ordre post-newtonien, s'obtient par décomposition symétrique et sans trace de l'expression multipolaire (écrite ici schématiquement)

$$\mathcal{M}_L^{\mu\nu}(t) = \text{PF} \int d^3 \mathbf{x} x_L \bar{\tau}^{\mu\nu}(\mathbf{x}, t), \quad (2.7)$$

où  $x_L$  désigne un produit de  $\ell$  vecteurs spatiaux. On trouve que les moments multipolaires doivent contenir un procédé de régularisation basé sur une partie finie à la Hadamard notée PF, qui permet de donner un sens à l'intégrale en dépit de la présence du champ gravitationnel dont la distribution est à support non compact. La partie finie s'applique donc à la borne de l'intégrale à l'infini et représente une régularisation de type infra-rouge. Un formalisme différent pour le calcul des moments multipolaires à l'ordre post-newtonien a été proposé par Will & Wiseman (1996); nous avons prouvé dans [A36] que ce formalisme est complètement équivalent aux résultats déduits de (2.7).<sup>11</sup>

Le résultat (2.7) a été obtenu dans [A16, A24] en utilisant une méthode de raccordement asymptotique entre le champ d'onde post-minkowskien-multipolaire (2.2)–(2.3) et le champ post-newtonien dans la zone intérieure et proche de la source. Le raccord s'effectue dans la partie *extérieure* de la zone proche, qui est la zone de validité commune entre les développements multipolaire et post-newtonien. La solution de l'équation du raccord détermine non seulement l'expression des moments multipolaires (2.7), mais aussi détermine uniquement la solution pour le champ intérieur post-newtonien, et en particulier (voir Sections 4 et 5) pour les termes de réaction de rayonnement dans la source.

Avec l'expression des moments multipolaires (2.7), et de leur relation (2.5)–(2.6) avec les moments radiatifs observables à l'infini, on dispose d'un formalisme qui permet de relier la forme d'onde gravitationnelle au contenu en matière de la source qui a engendré cette onde. Le problème de la génération du rayonnement gravitationnel est ainsi résolu. Bien sûr la solution que nous obtenons n'est pas exacte, car elle est sous forme d'un développement post-newtonien valable uniquement pour des sources post-newtoniennes. Mais dans le cas de la binaire compacte spirallante il “suffira” de développer le formalisme à un ordre post-newtonien élevé pour décrire une telle source relativiste.

À l'ordre 1PN, le moment multipolaire de type masse obtenu à partir de (2.7) se ramène à une expression à support compact (donc la partie finie PF n'est pas nécessaire à cet ordre), qui avait été obtenue auparavant dans [A7],

$$M_L = \int d^3 \mathbf{x} \left\{ \hat{x}_L \rho + \frac{1}{2c^2(2\ell+1)} \hat{x}_L \partial_i^2 \rho - \frac{4(2\ell+1)}{c^2(\ell+1)(2\ell+3)} \hat{x}_{iL} \partial_t \rho_i \right\}, \quad (2.8)$$

où  $\hat{x}_L$  est la partie symétrique et sans trace de  $x_L$ , et où  $\rho$  et  $\rho_i$  sont des densités de masse et de courant relativistes dans la source. Le moment multipolaire (2.8) est utilisé en mécanique céleste, pour la théorie des systèmes de référence et la description relativiste de corps étendus (planètes), où il est connu sous le nom de moment multipolaire de Blanchet-Damour [A7].

<sup>11</sup> Des moments multipolaires avaient aussi été proposés précédemment par Epstein & Wagoner (1975) et Thorne (1980), mais étaient donnés par des intégrales dans tout l'espace mal définies car divergentes à l'infini.

#### 4. Réaction de rayonnement dans la dynamique d'une source isolée

La force de réaction au rayonnement gravitationnel est d'ordre 2.5PN dans les équations du mouvement de la source, et est donnée dans une certaine jauge par l'expression de Burke & Thorne (1970) en fonction d'un certain potentiel scalaire, relié au moment quadrupolaire de type masse  $M_{ij}$  du système. La validité de ce potentiel scalaire de réaction de rayonnement en relativité générale (longtemps imparfaitement démontrée dans la littérature) a reçu une preuve complète dans l'article [A3]. À l'ordre d'après, 3.5PN, nous avons prouvé [A12, A21] que la force de réaction dérive de potentiels scalaire et vectoriel, dépendant en plus du quadrupôle de masse, des moments quadrupolaire de courant  $S_{ij}$  et octupolaire de masse  $M_{ijk}$ ; ces potentiels de réaction sont donnés à cet ordre par

$$V_{\text{reac}} = -\frac{G}{5c^5} x^i x^j M_{ij}^{(5)}(t) + \frac{G}{c^7} \left[ \frac{1}{189} x^i x^j x^k M_{ijk}^{(7)}(t) - \frac{1}{70} x^2 x^i x^j M_{ij}^{(7)}(t) \right], \quad (2.9)$$

$$V_{\text{reac}}^i = \frac{G}{c^7} \left[ \frac{1}{21} x^{(i} x^j x^{k)} M_{jk}^{(6)}(t) - \frac{4}{45} \varepsilon_{ijk} x^j x^l S_{kl}^{(5)}(t) \right]. \quad (2.10)$$

L'expression de la force de réaction à l'approximation 3.5PN (qui correspond à l'ordre relatif 1PN), implique non seulement des pertes d'énergie et de moment cinétique dans le système, mais aussi une perte de quantité de mouvement. Le "recul gravitationnel" qui en résulte, conséquence de l'extraction de quantité de mouvement du système par l'onde gravitationnelle, était auparavant connu par des calculs de flux d'onde à l'infini du système; dans le travail [A21] il a été démontré *localement*, c'est-à-dire en intégrant la force de réaction agissant dans la source. Dans l'article [A44] nous avons obtenu la force de réaction à l'ordre 3.5PN dans le cas d'un système binaire d'objets compacts. Le recul gravitationnel des binaires compacts sera étudié dans la Section 13.

À l'ordre 4PN (ou 1.5PN relatif) apparaît dans la force de réaction le même effet que dans le champ d'ondes, avec des termes dûs physiquement à la diffusion sur la courbure de l'espace-temps produite par la masse de la source — les sillages d'ondes calculés dans [A6]. Le phénomène s'interprète facilement: une partie des sillages d'ondes produits par diffusion des ondes émises à toutes les époques dans le passé reconvergent vers la source à notre époque et modifient sa dynamique actuelle. Ceci se traduit pas une modification héréditaire de la force de réaction, qui s'écrit dans une certaine jauge ( $\rho$  désignant la densité de masse)

$$F_{\text{reac}}^i(\mathbf{x}, t) = -\frac{2G}{5c^5} \rho x^j \left[ M_{ij}^{(5)}(t) + \frac{4GM}{c^3} \int_{-\infty}^t ds M_{ij}^{(7)}(s) \ln \left( \frac{t-s}{s_0} \right) \right]. \quad (2.11)$$

Le premier terme est la force de réaction à l'ordre 2.5PN dominant; la correction héréditaire à 4PN dans la force de réaction (obtenue dans [A6]) est en parfait accord en terme de bilan d'énergie avec la correction héréditaire trouvée dans le champ d'onde et donnée par (2.5). À cela se rajoutent dans (2.11) les corrections non-héréditaires (instantanées) sous-dominantes à 3.5PN venant des potentiels de réaction (2.9)–(2.10).

#### 5. Champ post-newtonien d'une source isolée

Il reste à déterminer le champ de gravitation dans la zone proche du système isolé et en particulier dans la matière. Nous avons à l'esprit un schéma itératif systématique permettant de calculer à tous les ordres, le développement post-newtonien du champ intérieur. Beaucoup de travaux précédents avaient déterminé les premières corrections post-newtoniennes à l'intérieur d'un système isolé,<sup>12</sup> mais aucun résultat valable à tous les ordres n'avait été prouvé. En fait il est connu depuis longtemps que l'itération post-newtonienne "naïve" conduit à des intégrales de Poisson divergentes à partir d'un certain ordre comme 2.5PN ou 3PN. Par exemple il y a des intégrales divergentes dans le travail de Chandrasekhar (1970) sur la réaction de rayonnement à l'ordre 2.5PN.

Dans l'article [A35], nous avons résolu ce problème en prouvant qu'en fait ces divergences proviennent d'un choix incorrect pour la solution de l'équation de Poisson que l'on doit résoudre à chaque ordre post-newtonien. En particulier l'intégrale de Poisson conduit toujours à des divergences. Cependant, si l'on utilise un autre type de solution, que nous avons défini dans [A35] et qui constitue en fait une régularisation infra-rouge de l'intégrale de Poisson à l'aide d'une partie finie PF similaire à celle utilisée dans (2.7), on obtient une solution post-newtonienne qui est parfaitement bien

<sup>12</sup> Travaux de Chandrasekhar et ses collaborateurs (1965, 1970), Ehlers (1980), Kerlick (1980), Papapetrou & Linet (1981).

définie et s'étend à tous les ordres post-newtoniens.<sup>13</sup>

Un deuxième problème concernant la solution post-newtonienne, est qu'elle doit se raccorder à la solution générale extérieure définie dans [A4, A5, A24] et donnée par (2.2)–(2.3). C'est indispensable car le champ intérieur doit incorporer l'information sur les conditions d'ondes à l'infini, notamment la fameuse condition d'absence de radiation entrante, qui permet de décrire un système isolé des autres corps dans l'Univers. Rappelons que l'approximation post-newtonienne n'est valable que dans la zone proche du système, d'extension petite par rapport à la longueur d'onde de la radiation gravitationnelle émise. Il n'est donc *a priori* pas possible de déterminer la solution post-newtonienne sans l'utilisation d'un raccord avec une solution extérieure s'étendant jusqu'à l'infini.

Dans l'article [A35] nous avons utilisé l'équation de raccord dans la zone proche extérieure, et prouvé qu'il existe une solution post-newtonienne *unique* (dans le système de coordonnées considéré), qui incorpore, à tous les ordres post-newtoniens, la condition d'absence de radiation entrante. Cette solution est construite itérativement à l'aide de la partie finie (PF) de l'intégrale de Poisson. Nous prouvons que la solution contient à partir de l'ordre 2.5PN, des termes de réaction au rayonnement qui ont été spécifiquement fixés par la condition de raccordement. On retrouve en particulier les corrections post-newtoniennes dans la force de réaction qui avaient été obtenues dans [A12, A21] pour l'ordre 3.5PN, et dans [A6] pour l'ordre 4PN; voir (2.9)–(2.10) et (2.11).

Ce travail a été étendu dans [A46] où nous avons obtenu une forme plus simple de la métrique post-newtonienne, composée de l'intégrale retardée de la source, régularisée par la prescription PF, et d'une solution homogène spécifiquement due à l'effet non-linéaire des sillages d'ondes. Schématiquement,

$$\bar{h}^{\mu\nu} = \frac{16\pi G}{c^4} \text{PF} \square^{-1} \bar{\tau}^{\mu\nu} + \sum_{\ell=0}^{+\infty} \partial_L \left( \frac{1}{r} \left[ \mathcal{R}_L^{\mu\nu}(t - r/c) - \mathcal{R}_L^{\mu\nu}(t + r/c) \right] \right). \quad (2.12)$$

Le premier terme est essentiellement celui qui était postulé dans tous les calculs post-newtoniens des années 1970-1980 (voir par exemple Anderson & DeCanio 1975). Ce terme contient les effets linéaires de réaction de rayonnement, par exemple jusqu'à l'ordre 3.5PN où ils sont donnés par (2.9)–(2.10). À ce terme il faut rajouter une solution homogène anti-symétrique et donc régulière dans la source, qui apparaît à l'ordre 4PN et contient la correction héréditaire dans la force de réaction (2.11). L'expression explicite, valable à tous les ordres post-newtoniens, de la fonction multipolaire  $\mathcal{R}_L(t)$  apparaissant dans (2.12) est donnée dans [A35, A46]. Ce résultat a été appliqué pour justifier rigoureusement le calcul [A44] de la réaction de rayonnement à l'ordre 3.5PN dans le cas des systèmes binaires.

## II. APPLICATION À DES SYSTÈMES BINAIRES

Le formalisme général précédent est spécialisé au cas des systèmes binaires de particules ponctuelles, sans structure interne, caractérisées par leurs masses  $m_1$  et  $m_2$  et éventuellement leurs spins  $S_1$  et  $S_2$ . Nous avons vu que ce modèle est physiquement adéquate pour décrire les binaires spirales d'objets compacts: étoiles à neutrons et trous noirs, car la force gravitationnelle domine tous les effets possibles d'interactions non-gravitationnelles, et que leur dynamique ne dépend pas de la structure interne des étoiles (principe d'“effacement” de la relativité générale).

### 6. Équations du mouvement d'un système binaire d'objets compacts

Nous voulons déterminer le mouvement purement gravitationnel, de deux corps ponctuels de masses  $m_1$  et  $m_2$  sans spins dans l'approximation post-newtonienne. Les équations du mouvement doivent être écrites, dans le système de coordonnées utilisé (qui sera le système de coordonnées harmoniques), sous forme *quasi-newtonienne*, dans laquelle la force newtonienne habituelle est modifiée par une série de corrections post-newtoniennes relativistes, toutes exprimées

<sup>13</sup> On peut illustrer le problème avec celui qui survient en cosmologie newtonienne (Milne & McCrea 1935). En cosmologie il faut résoudre l'équation de Poisson  $\Delta U = -4\pi G\rho$ , où la densité du fluide cosmologique est constante dans tout l'espace et dépend seulement du temps newtonien:  $\rho = \rho(t)$ . Clairement, l'intégrale de Poisson d'une densité constante n'a pas de sens car elle diverge à la borne à l'infini de l'intégrale comme  $\int r dr$ . Ce résultat absurde a été appelé au XIX<sup>ème</sup> siècle le “paradoxe de Seeliger”. Mais le problème est résolu lorsque l'on réalise que l'intégrale de Poisson ne constitue pas la solution appropriée de l'équation de Poisson dans le contexte de la cosmologie newtonienne. Une solution parfaitement bien définie est simplement donnée par  $U = -\frac{2\pi}{3} G\rho r^2$  (voir par exemple [C9]).



en fonction de la position et de la vitesse de coordonnées des deux objets. Nous avons donc l'accélération du corps 1 par exemple, développée jusqu'à 3.5PN,

$$\frac{dv_1^i}{dt} = A_N^i + \frac{1}{c^2} A_{1PN}^i + \frac{1}{c^4} A_{2PN}^i + \frac{1}{c^5} A_{2.5PN}^i + \frac{1}{c^6} A_{3PN}^i + \frac{1}{c^7} A_{3.5PN}^i + \mathcal{O}\left(\frac{1}{c^8}\right). \quad (2.13)$$

Le premier terme est l'accélération newtonienne habituelle

$$A_N^i = -\frac{Gm_2}{r_{12}^2} n_{12}^i, \quad (2.14)$$

avec  $r_{12}$  la distance entre les particules, et  $n_{12}^i$  la direction unitaire. L'accélération du corps 2 se déduit par l'échange des étiquettes  $1 \leftrightarrow 2$ . Bien que les équations du mouvement soient écrites sous la forme quasi-newtonienne (2.13), elles sont conséquence de la relativité générale, et doivent: (i) rester invariantes lorsque l'on effectue une transformation de Poincaré;<sup>14</sup> (ii) admettre la bonne limite perturbative lorsque l'une des deux masses tend vers zéro, qui est donnée par l'équation des géodésiques pour la métrique de Schwarzschild; (iii) être dérivables d'un principe variationnel lagrangien et/ou hamiltonien, lorsque l'on néglige les effets de réaction à l'émission du rayonnement gravitationnel (apparaissant aux ordres 2.5PN puis 3.5PN).

Les équations du mouvement avaient été déterminées jusqu'à l'ordre 2.5PN ou  $(v/c)^5$  dans les travaux de Damour & Deruelle (1981, 1982) et Damour (1983). Ces travaux étaient motivés par la mesure du  $\dot{P}$  orbital du pulsar binaire PSR 1913+16. Dans l'article [A25], nous avons proposé une nouvelle méthode pour obtenir le mouvement d'un système binaire, basée sur une itération post-newtonienne directe, sans passer par un développement post-minkowskien intermédiaire, et au niveau des équations du mouvement elles-mêmes, non à celui du Lagrangien ou du Hamiltonien. Dans cette méthode le traitement du champ propre infini des particules ponctuelles se fait grâce à la régularisation d'Hadamard (Hadamard 1932, Schwartz 1978). Nous avons confirmé les équations du mouvement à l'ordre 2.5PN, et aussi calculé pour la première fois le champ gravitationnel (c'est-à-dire la métrique) des deux corps dans la zone proche jusqu'à l'ordre 2.5PN [A25].

Le problème de l'approximation suivante, 3PN ou  $(v/c)^6$ , a représenté une étape importante dans la définition des filtres d'analyse du signal des binaires compactes spiralantes. Cette approximation s'est avérée très délicate à contrôler, car elle comporte de nombreuses difficultés nouvelles par rapport à 2PN. L'une des difficultés est la prolifération des termes à calculer, mais le problème principal est l'apparition dans les potentiels paramétrisant la métrique à 3PN de divergences logarithmiques ultra-violettes dues au comportement des intégrales au voisinage des deux singularités associées aux particules ponctuelles. Si l'on applique la régularisation d'Hadamard, on devra introduire des constantes arbitraires liées à une échelle de longueur ultra-violette présente dans les logarithmes à 3PN. Nous avons prouvé [A26, A29] que la plupart de ces constantes peuvent être éliminées par un changement de système de coordonnées ou de façon équivalente par un déplacement approprié des trajectoires des particules. Cependant nous trouvons qu'une combinaison de ces constantes ne peut pas être éliminée et constitue donc une *ambiguïté de régularisation*, qui ne peut pas être déterminée dans le cadre de la seule régularisation d'Hadamard.

Les équations du mouvement à l'ordre 3PN (en coordonnées harmoniques) ont été obtenues dans [A26, A29] à l'aide d'une version améliorée de la régularisation d'Hadamard que nous avons proposée dans [A27, A28]. Comme la version standard elle est basée sur le concept de partie finie d'Hadamard, qui permet de traiter les intégrales divergentes et d'attribuer une valeur finie à des fonctions singulières à l'endroit d'une singularité. Mais notre régularisation améliorée [A27, A28] utilise systématiquement une classe de pseudo fonctions (ou formes linéaires) agissant sur un certain ensemble de fonctions singulières, qui généralise pour cette classe de fonctions la théorie des distributions de Schwartz (1978). Nous avons ainsi défini une dérivée distributionnelle généralisée qui a ensuite été utilisée dans le problème des équations du mouvement. De plus, la régularisation [A27, A28] est définie de façon invariante par transformations de Lorentz, et permet finalement d'obtenir des équations du mouvement invariantes de Poincaré.

À ce stade, les équations du mouvement sont entièrement déterminées à l'exception d'une ambiguïté de régularisation, c'est-à-dire un coefficient numérique pour l'instant inconnu et dénoté  $\lambda$ . Ce coefficient est en fait équivalent à un coefficient qui avait été postulé par Jaranowski & Schäfer (1999) dans le cadre du formalisme Hamiltonien ADM appliqué à des particules ponctuelles. Nous avons prouvé [A31] que les équations du mouvement en coordonnées harmoniques découlent d'un Lagrangien généralisé, dépendant des positions, vitesses et accélérations des deux corps. De plus nous obtenons une transformation (dite "de contact") qui change ce Lagrangien en un Lagrangien ordinaire dont la transformée de Legendre coïncide exactement avec le Hamiltonien obtenu dans le cadre du

<sup>14</sup> Dans le cas d'un système isolé, les solutions des équations d'Einstein possèdent une invariance globale de Lorentz-Poincaré qui est celle associée à l'espace-temps asymptotiquement minkowskien à grande distance du système.

formalisme ADM. Le problème des équations du mouvement à 3PN est ainsi résolu hormis la constante  $\lambda$ , par deux méthodes indépendantes, en coordonnées harmoniques au niveau des équations elles-mêmes, et en coordonnées ADM au niveau du Hamiltonien. Nous avons calculé [A31] les intégrales conservées du mouvement associées à l'invariance de Poincaré: énergie, quantité de mouvement, moment cinétique et position du centre de masse. Dans un travail ultérieur [A37] nous avons déterminé les équations du mouvement, le Lagrangien et les intégrales conservées dans le référentiel associé au centre de masse.

Les calculs effectués en régularisation d'Hadamard [A26, A29] concluent donc à la présence d'une et une seule ambiguïté de régularisation à l'ordre 3PN. Cette ambiguïté  $\lambda$  a pour origine une propriété insatisfaisante de la régularisation d'Hadamard: elle n'est pas distributive, dans le sens où la régularisation d'un produit de fonctions n'est en général pas égal au produit des régularisations. En principe il serait possible d'obtenir la valeur de  $\lambda$  sans utiliser de régularisation, par un calcul valable pour deux corps étendus et prenant en compte la physique détaillée de la structure interne de deux corps (pression, champ de vitesse interne, *etc*). À l'ordre 3PN un tel calcul est extrêmement difficile.

L'ambiguïté a été déterminé dans l'article [A39] en utilisant la *régularisation dimensionnelle* ('t Hooft & Veltman 1972). Cette régularisation extrêmement puissante, qui ne souffre pas des pathologies de la régularisation d'Hadamard, consiste à résoudre les équations d'Einstein en dimension d'espace  $d$ , et à effectuer tous les calculs par prolongement analytique dans la dimension. Les divergences logarithmiques qui apparaissent en régularisation d'Hadamard dans l'espace à 3 dimensions, correspondent à des pôles  $\sim 1/\varepsilon$  dans la dimension spatiale (où l'on pose  $\varepsilon = d - 3$ ). On peut alors faire suivre la régularisation par une *renormalisation*, car les pôles s'absorbent dans un déplacement approprié des trajectoires des particules. Le résultat en régularisation dimensionnelle est équivalent à celui obtenu en régularisation d'Hadamard, mais avec en plus la valeur de l'ambiguïté uniquement déterminée (*viz*  $\lambda = -\frac{1987}{3080}$ ), ce qui clôt le problème des équations du mouvement à l'ordre 3PN. Le terme d'après dans le développement, d'ordre 3.5PN, est un effet sous-dominant de la réaction de rayonnement qui est beaucoup plus facile à calculer, et a été obtenu dans l'article [A44] qui a confirmé un résultat indépendant de Pati & Will (2002).

Depuis 4 ans nous sommes attelés [A87, A89, A92, A93] au calcul des équations du mouvement à l'approximation 4PN grâce à une méthode basée sur le Lagrangien de Fokker en coordonnées harmoniques. Ce travail a été achevé très récemment par le calcul des derniers paramètres d'"ambiguïté" qui résultaient de divergences infra-rouge intervenant à 4PN [A92, A93]. Il ouvre maintenant la voie pour le calcul ambitieux du champ d'onde à l'ordre 4PN et même à l'ordre 4.5PN. Une première partie du calcul du champ d'onde concerne les effets non-linéaires dans la propagation des ondes gravitationnelles (sillages d'ondes) et a été résolu dans le travail [A88].

### 7. Dernière orbite circulaire des systèmes binaires de trous noirs

Les résultats précédents nous permettent d'obtenir l'énergie du système binaire à l'approximation 3PN. Nous nous intéressons à la partie conservative de la dynamique, et négligeons le terme de réaction de rayonnement à 2.5PN. Dans le résultat post-newtonien il est important de choisir comme petit paramètre post-newtonien un invariant, directement relié à la fréquence orbitale  $\omega = 2\pi/P$  du mouvement (ici circulaire) par

$$x = \left( \frac{G m \omega}{c^3} \right)^{2/3}. \quad (2.15)$$

L'énergie de la binaire prend alors la forme d'une série entière dans le paramètre (2.15) donnée à 3PN par

$$E = mc^2 - \frac{m \eta c^2 x}{2} \left\{ 1 + \left( -\frac{3}{4} - \frac{1}{12} \eta \right) x + \left( -\frac{27}{8} + \frac{19}{8} \eta - \frac{1}{24} \eta^2 \right) x^2 + \left( -\frac{675}{64} + \left[ \frac{34445}{576} - \frac{205}{96} \pi^2 \right] \eta - \frac{155}{96} \eta^2 - \frac{35}{5184} \eta^3 \right) x^3 \right\}, \quad (2.16)$$

où  $m = m_1 + m_2$  est la masse totale et  $\eta = m_1 m_2 / m^2$  est le rapport symétrique des masses. Aux ordres 4PN et 5PN apparaissent des logarithmes du paramètre  $x$ , qui correspondent aux logarithmes de  $c$  dans le résultat général (2.4), et qui sont calculés dans [A63, A69]; voir Section 13.

L'expression précédente permet d'obtenir la dernière orbite circulaire du système binaire dite ICO ("innermost circular orbit"), définie par le minimum de l'énergie (2.16) exprimée de façon invariante à l'aide du paramètre (2.15). Nous avons calculé l'ICO à l'ordre 3PN dans l'article [A34], et avons trouvé que la série post-newtonienne converge remarquablement bien,<sup>15</sup> même au voisinage de l'ICO qui est pourtant une orbite très relativiste, avec une vitesse

<sup>15</sup> En réalité la série post-newtonienne pourrait être seulement asymptotique (donc divergente), et néanmoins donner de très bons résultats

orbitale de l'ordre de  $v \sim 0.5c$ . Ce fait est intéressant car dans la littérature précédente (Thorne 1987, Cutler *et al.* 1993, Damour *et al.* 1998) il était toujours supposé que l'approximation post-newtonienne converge très lentement, et ne serait plus valable bien avant l'ICO. Mais cette affirmation était basée sur le cas de la limite perturbative  $\eta \rightarrow 0$ , où en effet la série converge lentement, car son rayon de convergence vaut  $1/3$  qui est petit. Celui-ci est donné par la fameuse orbite circulaire de photons dans la métrique de Schwarzschild (l'anneau de lumière de rayon  $r_{\text{lumière}} = 3GM/c^2$ ). Ce que nous trouvons, au contraire, est que dans le cas de masses comparables ( $\eta$  proche de  $1/4$ ), l'approximation 3PN est excellente, très proche de la valeur exacte même pour la détermination d'une orbite aussi relativiste que l'ICO [A34]. Dans l'article [C21] nous conjecturons que l'ICO est en fait déterminée à moins, et peut-être beaucoup moins, que 1% près. Voir la Figure 3.

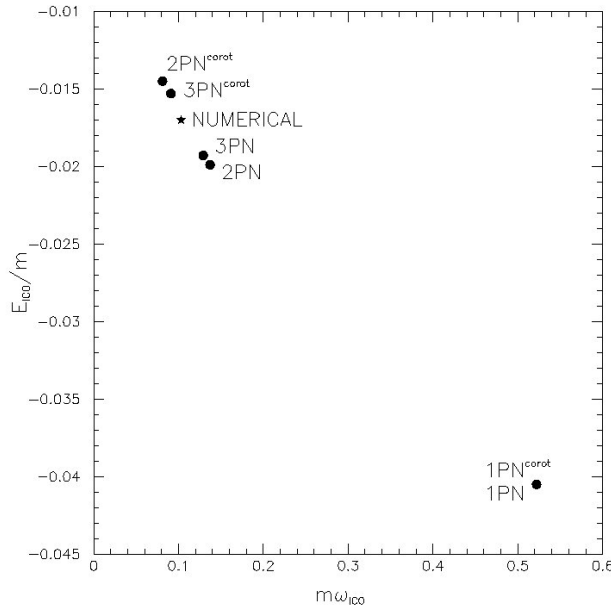


FIG. 3: Énergie de la binaire en fonction de la fréquence orbitale au moment du passage à la dernière orbite circulaire ICO. Le résultat numérique est issu de Gourgoulhon *et al.* (2002). L'approximation 1PN n'est clairement pas assez précise, mais 2PN puis 3PN convergent très rapidement vers la valeur exacte. La mention “corot” correspond à un système de trous noirs en corotation, dont les spins sont accordés sur la fréquence orbitale du système binaire.

Cette étude nous amène à conclure qu'il y a un changement qualitatif important entre le cas perturbatif, décrit par les géodésiques de la métrique de Schwarzschild, et le cas réel du problème à deux corps de tailles comparables. Notamment il ne semble pas exister d'analogue de l'orbite circulaire de photon dans le cas des deux corps, ce qui explique que le rayon de convergence de la série post-newtonienne soit plutôt de l'ordre de 1 que de  $1/3$ , et donc converge beaucoup mieux que pour Schwarzschild. Une autre conclusion [A34, C21] a été que les méthodes de resommation post-newtonienne proposées dans la littérature, comme l'approche EOB (“effective-one-body”, Buonanno & Damour 1999) ou les approximants de Padé, qui sont basées sur l'idée que le champ gravitationnel de deux corps est une déformation de la métrique de Schwarzschild, avec  $\eta$  jouant le rôle du petit paramètre de déformation, ne sont probablement pas justifiées pour décrire la phase spiralante précédant la fusion finale. Elles doivent être cantonnées à décrire le processus de fusion lui-même, ce pourquoi la méthode EOB par exemple fonctionne bien, après ajustement de certains paramètres arbitraires sur les résultats de la relativité numérique. Dans la phase spiralante, les méthodes de resommation convergent en fait moins bien que la série de Taylor post-newtonienne. La valeur que nous trouvons pour l'ICO à 3PN [A34] est en très bon accord avec le résultat numérique obtenu dans l'approximation dite de la symétrie hélicoïdale par Gourgoulhon, Grandclément & Bonazzola (2002), et Cook & Pfeiffer (2006); voir Figure 3.

Dans la limite  $\eta \rightarrow 0$  pour une particule test, l'ICO se ramène à la notion classique d'ISCO (“innermost stable circular orbit”) pour la métrique de Schwarzschild, donnée par  $r_{\text{ISCO}} = 6GM/c^2$ . Par contre, dans le cas  $\eta \lesssim 1/4$  de

---

à condition d'être tronquée au voisinage d'un ordre d'approximation optimum. Nous supposons ici que l'approximation 3PN n'est pas loin de cet optimum.

deux masses comparables, l'ICO ne représente pas nécessairement un point de bifurcation de la stabilité des orbites circulaires. Aussi nous avons effectué dans l'article [A37] une étude de perturbation dynamique de l'orbite circulaire à l'ordre 3PN, et avons obtenu un critère invariant de jauge pour la stabilité. Nous trouvons que les orbites sont stables si et seulement si  $\mathcal{C} > 0$ , avec

$$\mathcal{C} = 1 - 6x + 14\eta x^2 + \left( \left[ \frac{397}{2} - \frac{123}{16}\pi^2 \right] \eta - 14\eta^2 \right) x^3. \quad (2.17)$$

Ce critère permet par exemple de calculer une ISCO à l'ordre 2PN, mais montre que pour des masses égales toutes les orbites à 3PN sont stables — un autre exemple de la différence qualitative entre la limite perturbative et le problème à deux corps comparables. Il a été montré par Favata (2011), par des comparaisons avec des études numériques utilisant la théorie de la force propre, que le critère de stabilité (2.17) fonctionne remarquablement bien, par rapport à d'autres critères proposés dans la littérature.

#### 8. Flux d'énergie en ondes gravitationnelles des systèmes binaires d'objets compacts

Détecter et analyser la phase terminale de l'évolution des systèmes binaires d'objets compacts, constitue l'objectif majeur des détecteurs d'ondes gravitationnelles VIRGO/LIGO. Plusieurs milliers de cycles orbitaux seront visibles dans la bande de fréquence des détecteurs, qu'il faudra corrélérer avec un patron d'onde, avec une très grande précision de l'ordre de 3PN. La phase orbitale étant l'observable pour laquelle on a besoin du maximum de précision, on doit principalement déterminer le flux d'énergie émis par la binaire, car c'est le flux  $F$  qui dicte l'évolution de la phase orbitale au moyen du bilan d'énergie

$$\frac{dE}{dt} = -F. \quad (2.18)$$

En effet, la phase orbitale s'en déduit par  $\phi = \int \omega dt = - \int \omega dE/F$ . Les binaires spirantes ont une orbite circulaire et donc on n'a pas besoin du flux de moment cinétique qui est simplement proportionnel au flux d'énergie.

Nous avons appliqué le formalisme de génération d'ondes gravitationnelles issu des travaux [A4, A5] pour le calcul du champ extérieur à un système isolé, [A11, A22, A23] pour les effets non-linéaires dans le champ d'ondes, et [A16, A24, A35] pour la détermination des moments multipolaires d'une source post-newtonienne. Il s'agit essentiellement d'appliquer l'expression des moments multipolaires de la source au cas de deux particules ponctuelles, et de rajouter dans le champ asymptotique les effets non-linéaires des sillages d'ondes (et les sillages engendrés par les sillages eux-mêmes). C'est le moment quadrupolaire qui est le plus important à calculer car c'est lui qui réclame le plus de précision post-newtonienne. Le problème a d'abord été résolu à l'ordre 2PN dans [A17, A18] pour ce qui concerne le flux d'énergie de la binaire et l'évolution de la phase orbitale. Ce travail a été généralisé à 2.5PN dans [A20], et tous les effets non-linéaires ont alors été calculés jusqu'à l'ordre 3.5PN dans [A23].

Comme dans le cas des équations du mouvement l'approximation 3PN s'est avérée très compliquée, surtout à cause des divergences logarithmiques ultra-violettes et du problème posé par la régularisation d'Hadamard. Nous avons obtenu dans les articles [A32, A42] le moment quadrupolaire à 3PN, pour des orbites générales, à l'exception de trois ambiguïtés de régularisation, dénotées  $\xi$ ,  $\kappa$  et  $\zeta$ . On en a déduit le flux jusqu'à 3.5PN, et ensuite la phase orbitale en utilisant le bilan d'énergie (2.18). Celle-ci se trouve entièrement déterminée à l'exception d'une seule ambiguïté pour les orbites circulaires, qui est une certaine combinaison linéaire de  $\xi$ ,  $\kappa$  et  $\zeta$ .

Finalement, comme pour les équations du mouvement, nous avons effectué dans [A41, A45] le calcul des ambiguïtés dans le champ d'onde grâce à la régularisation dimensionnelle. Ce calcul nécessite en particulier de généraliser à  $d$  dimensions les expressions du type (2.7) pour les moments multipolaires de la source. Le résultat final est  $\xi = -\frac{9871}{9240}$ ,  $\kappa = 0$  et  $\zeta = -\frac{7}{33}$ . Il est important de souligner que les valeurs obtenues pour ces ambiguïtés, ainsi que pour la valeur de l'ambiguïté  $\lambda$  dans les équations du mouvement, ont toutes été vérifiées par des méthodes indépendantes de la régularisation dimensionnelle. En particulier, nous avons obtenu dans [A42] une combinaison particulière de ces ambiguïtés en calculant le dipôle gravitationnel à 3PN, et en l'identifiant avec l'intégrale conservée du centre de masse issue des équations du mouvement. D'autre part, l'ambiguïté  $\zeta$  se trouve être calculable par l'invariance de Poincaré du formalisme de génération d'ondes. Nous l'avons vérifié dans [A43] en considérant le cas limite où le système binaire se réduit à un corps sphérique unique (donc la masse de l'autre corps est nulle) en mouvement rectiligne et uniforme. Ce cas se traite simplement en appliquant une transformation spéciale de Lorentz à la solution à symétrie sphérique de Schwarzschild. Le moment quadrupolaire de ce trou noir de Schwarzschild "boosté" contient le paramètre  $\zeta$  que nous trouvons en parfait accord avec la valeur obtenue précédemment.

L'expression complète du flux d'ondes gravitationnelles jusqu'à l'ordre 3.5PN est alors

$$F = \frac{32c^5}{5G} \eta^2 x^5 \left\{ 1 + \left( -\frac{1247}{336} - \frac{35}{12}\eta \right) x + 4\pi x^{3/2} \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \left( -\frac{44711}{9072} + \frac{9271}{504}\eta + \frac{65}{18}\eta^2 \right) x^2 + \left( -\frac{8191}{672} - \frac{583}{24}\eta \right) \pi x^{5/2} \\
& + \left[ \frac{6643739519}{69854400} + \frac{16}{3}\pi^2 - \frac{1712}{105}\gamma_E - \frac{856}{105}\ln(16x) \right. \\
& \quad \left. + \left( -\frac{134543}{7776} + \frac{41}{48}\pi^2 \right) \eta - \frac{94403}{3024}\eta^2 - \frac{775}{324}\eta^3 \right] x^3 \\
& + \left( -\frac{16285}{504} + \frac{214745}{1728}\eta + \frac{193385}{3024}\eta^2 \right) \pi x^{7/2} \Big\}. \tag{2.19}
\end{aligned}$$

Ici  $\gamma_E = 0.577\dots$  est la constante d'Euler. Ce résultat est en accord dans la limite perturbative où  $\eta \rightarrow 0$  avec les résultats de la théorie des perturbations d'un trou noir de Schwarzschild (Sasaki & Tagoshi 1994). Les travaux [A41, A42, A43, A45] permettent essentiellement de résoudre le problème des patrons d'ondes qui doivent être utilisés pour l'analyse des signaux d'ondes gravitationnelles des binaires compactes spirallantes dans VIRGO et LIGO.

L'expression (2.19) du flux d'énergie a été généralisée pour des orbites elliptiques, et le flux de moment cinétique a aussi été calculé dans le cas général, dans les articles [A54, A55, A59], d'où on en a déduit l'évolution des paramètres orbitaux de la binaire (demi-grand axe, excentricité, *etc*), jusqu'à l'ordre 3PN [A59]. Ces calculs ont nécessité une approche semi-analytique (issue de [A13]) pour traiter les termes non-linéaires de sillages d'onde. Elle consiste à utiliser une décomposition de Fourier du mouvement post-newtonien sur une orbite elliptique, et de tirer parti de la nature "doublement périodique" du mouvement, comprenant la période orbitale pour le mouvement radial et la période de précession pour le mouvement angulaire.

### 9. États de polarisation de l'onde gravitationnelle des binaires compactes spirallantes

Les deux états de polarisation de l'onde gravitationnelle (traditionnellement notés  $h_+$  et  $h_\times$ ) donnent l'amplitude de l'onde comme une somme d'harmoniques, avec l'harmonique dominante égale à deux fois la fréquence orbitale de la binaire. Les harmoniques d'ordre élevé sont souvent négligées (probablement à tort) en vue de l'analyse du signal des détecteurs au sol, mais vont avoir une importance cruciale pour les détecteurs dans l'espace. Elles ont été calculées jusqu'à 2PN dans l'article [A19] puis généralisées à 2.5PN dans [A40]. À l'ordre 2.5PN apparaît dans l'amplitude une contribution de l'effet de mémoire non-linéaire [A11] mais qui se trouve ici être essentiellement un effet à fréquence nulle (DC). Des travaux ultérieurs ont permis d'obtenir l'amplitude complète de l'onde à l'ordre 3PN [A56], ainsi que le mode  $(\ell, m) = (2, 2)$  à l'ordre 3.5PN [A71].

À 3PN toutes les harmoniques de la fréquence orbitale jusqu'à la 8<sup>ème</sup> contribuent. Dans [A56] nous avons dû raffiner le formalisme de génération des ondes gravitationnelles pour inclure de nouveaux termes. La présentation des résultats est donnée sous la forme habituelle, utile pour l'analyse du signal dans les détecteurs, et aussi sous la forme d'une décomposition en harmoniques sphériques pondérées, qui est maintenant couramment utilisée par les groupes de relativité numérique. Le mode dominant  $(\ell, m) = (2, 2)$  est donné à l'ordre 3PN par

$$\begin{aligned}
h^{22} = \frac{2Gm\eta x}{Rc^2} \sqrt{\frac{16\pi}{5}} e^{-2i\phi} \Big\{ & 1 + \left( -\frac{107}{42} + \frac{55}{42}\eta \right) x + 2\pi x^{3/2} \\
& + \left( -\frac{2173}{1512} - \frac{1069}{216}\eta + \frac{2047}{1512}\eta^2 \right) x^2 + \left( -\frac{107}{21}\pi + \frac{34}{21}\pi\eta - 24i\eta \right) x^{5/2} \\
& + \left( \frac{27027409}{646800} - \frac{856}{105}C + \frac{2}{3}\pi^2 - \frac{428}{105}\ln(16x) + \frac{428}{105}i\pi \right. \\
& \quad \left. + \left[ -\frac{278185}{33264} + \frac{41}{96}\pi^2 \right] \eta - \frac{20261}{2772}\eta^2 + \frac{114635}{99792}\eta^3 \right) x^3 \Big\}. \tag{2.21}
\end{aligned}$$

Cette formule a été étendue à l'ordre 3.5PN dans l'article [A71] et est aussi connue dans le cas des modes octupolaires  $(\ell, m) = (3, 3)$  et  $(3, 1)$  [A82]. Ces résultats, combinés avec ceux pour la phase orbitale [A33, A41], sont utilisés pour le raccordement des formes d'ondes post-newtoniennes avec les résultats numériques, voir la Figure 1. De nombreuses études (*e.g.* Buonanno, Cook & Pretorius 2007) ont conclu que les formes d'ondes numériques se raccordent parfaitement à la prédiction post-newtonienne. Il apparaît même que le domaine de validité de l'approximation post-newtonienne pour des masses comparables s'étende au-delà de la dernière orbite circulaire (ICO) conformément aux résultats dans [A34].

### 10. Conditions initiales pour le calcul numérique de la coalescence de deux trous noirs

Le problème de l'état initial de deux trous noirs à prendre en compte pour le calcul numérique de leur coalescence est à l'heure actuelle non résolu. Dans [A38] nous avons apporté une contribution à ce problème. Nous montrons que si l'on choisit une certaine déformation de la solution de Brill & Lindquist (1963), qui résoud de façon exacte l'équation de contrainte hamiltonienne dans le cas où les deux trous noirs sont initialement au repos, alors on définit des conditions initiales pour les deux trous noirs qui sont en accord avec la théorie post-newtonienne jusqu'à l'ordre 2PN. Ces conditions initiales incorporent donc la bonne physique donnée par l'approximation post-newtonienne.

La solution [A38] n'est pas exacte mais est donnée sous la forme d'une série de perturbations non-linéaires de la solution de Brill-Lindquist. Cependant sa structure globale est identique à celle de Brill-Lindquist, avec un espace asymptotiquement plat qui est notre Univers, relié par deux gorges à deux espaces asymptotiquement plats (mais seulement dans un sens faible), qui représentent les intérieurs des deux trous noirs. La masse totale du système se calcule par une intégrale de surface dans la région asymptotiquement plate de notre Univers, tandis que les masses individuelles des deux trous noirs s'obtiennent par intégration angulaire dans leurs espaces asymptotiquement plats respectifs. Cette solution a été généralisée par Nissanke (2006) au cas orbital, avec vitesses initiales non nulles.

### 11. Effets des spins sur la dynamique et le champ d'onde d'une binaire compacte spirallante

On sait que dans le cas des systèmes binaires de trous noirs, les effets de rotation intrinsèque ou spins des deux trous noirs vont jouer un rôle important sur la dynamique orbitale et le champ d'ondes gravitationnelles. En particulier ces effets doivent être pris en compte lors de l'analyse du signal dans les détecteurs VIRGO/LIGO/LISA. À l'ordre dominant l'effet du spin se réduit au terme de couplage spin-orbite, qui est un effet relativiste d'ordre 1.5PN dans le cas de trous noirs de Kerr à rotation maximale. À l'ordre 2PN apparaît l'effet du couplage relativiste spin-spin, qui est quadratique dans les spins. Les effets spin-orbite à 1.5PN et spin-spin à 2PN dans la dynamique et la radiation gravitationnelle de trous noirs binaires, sont déjà connus.<sup>16</sup> À l'ordre 2.5PN intervient la correction relative d'ordre 1PN dans l'effet spin-orbite. Cet effet est de nouveau un effet linéaire dans les spins, et de ce fait on s'attend à ce qu'il soit numériquement important, comparativement à l'effet quadratique spin-spin. En fait il a été montré par des simulations que les spins à 2.5PN doivent être inclus dans les patrons d'ondes des binaires spirallantes de trous noirs.

C'est cette correction relativiste d'ordre 2.5PN que nous avons entièrement calculée dans les articles [A49, A50], puis que nous avons généralisée jusqu'à 3.5PN dans les équations du mouvement [A74, A75] et jusqu'à 4PN dans le champ d'onde [A67, A76, A77]. Nous avons d'abord obtenu [A49] les équations du mouvement de la binaire compacte avec spins à l'ordre 2.5PN,<sup>17</sup> puis déterminé les contributions des spins dans toutes les intégrales premières du mouvement, en particulier l'énergie ce qui fournit les corrections dues aux spins dans la formule (2.16). Ensuite, nous avons obtenu dans [A50] (en utilisant le formalisme général issu de [A16, A24]), les contributions des spins à 2.5PN dans le flux d'ondes gravitationnelles (2.19). L'évolution de la phase orbitale de la binaire — la quantité cruciale qui permet de définir le patron d'onde — se déduit du bilan d'énergie (2.18). Ce calcul a été étendu dans l'article [A67] à l'ordre 3PN en déterminant une contribution spin-orbite dans le flux d'énergie  $F$  et la phase orbitale, qui est due physiquement à la présence des sillages d'ondes gravitationnelles. Finalement les contributions des termes spin-orbite jusqu'à l'ordre 3PN dans le flux pour des orbites circulaires — et qui vont donc se rajouter à (2.19) — sont

$$F_{\text{spin}} = \frac{32c^5}{5G} \eta^2 x^5 \left\{ \left[ -4s_z - \frac{5}{4} \Delta \sigma_z \right] x^{3/2} + \left[ \left( -\frac{9}{2} + \frac{272}{9} \eta \right) s_z + \left( -\frac{13}{16} + \frac{43}{4} \eta \right) \Delta \sigma_z \right] x^{5/2} + \left[ -16s_z - \frac{31}{6} \Delta \sigma_z \right] \pi x^3 \right\}. \quad (2.22)$$

Les paramètres de masse sont notés  $\Delta = (m_1 - m_2)/m$  et  $\eta = m_1 m_2 / m^2$ ; les variables de spins sont définies par  $s = S/(Gm^2)$  et  $\sigma = \Sigma/(Gm^2)$ , où  $S$  et  $\Sigma$  sont reliés aux spins individuels par  $S = S_1 + S_2$  et  $\Sigma = m(S_2/m_2 - S_1/m_1)$ . De plus  $s_z$  et  $\sigma_z$  désignent les projections perpendiculaires au plan de l'orbite. Cette formule a été généralisée jusqu'à l'ordre 4PN dans les articles [A76, A77].

Numériquement nous voyons que les effets spin-orbite à 2.5PN et même à 3PN sont plus importants que les effets spin-spin à 2PN. La Table I montre par un comptage du nombre de cycles orbitaux dans la bande de fréquence des

<sup>16</sup> Travaux de Kidder, Will & Wiseman (1993) et Kidder (1995), basés sur le formalisme général des particules à spins en relativité générale, dû à Papapetrou (1952), Tulczyjew (1957,1959), Dixon (1979), Barker & O'Connell (1975,1979), Bailey & Israel (1980).

<sup>17</sup> Nous confirmons le résultat d'un travail précédent de Tagoshi, Ohashi & Owen (2001) à 2.5PN.

VIRGO	$(10 + 10)M_{\odot}$	$(1.4 + 1.4)M_{\odot}$
Newtonien	601	16034
1PN	+59.3	+441
1.5PN	$-51.4 + 16.0 \kappa_1 \chi_1 + 16.0 \kappa_2 \chi_2$	$-211 + 65.7 \kappa_1 \chi_1 + 65.7 \kappa_2 \chi_2$
2PN	$+4.1 - 3.3 \kappa_1 \kappa_2 \chi_1 \chi_2 + 1.1 \xi \chi_1 \chi_2$	$+9.9 - 8.0 \kappa_1 \kappa_2 \chi_1 \chi_2 + 2.8 \xi \chi_1 \chi_2$
2.5PN	$-7.1 + 5.5 \kappa_1 \chi_1 + 5.5 \kappa_2 \chi_2$	$-11.7 + 9.0 \kappa_1 \chi_1 + 9.0 \kappa_2 \chi_2$
3PN	+2.2	+2.6
3.5PN	-0.8	-0.9
LISA	$(10^6 + 10^6)M_{\odot}$	$(10^5 + 10^5)M_{\odot}$
Newtonien	2267	9570
1PN	+134	+323
1.5PN	$-92.4 + 28.8 \kappa_1 \chi_1 + 28.8 \kappa_2 \chi_2$	$-170 + 53 \kappa_1 \chi_1 + 53 \kappa_2 \chi_2$
2PN	$+6.0 - 4.8 \kappa_1 \kappa_2 \chi_1 \chi_2 + 1.7 \xi \chi_1 \chi_2$	$+8.7 - 7.1 \kappa_1 \kappa_2 \chi_1 \chi_2 + 2.4 \xi \chi_1 \chi_2$
2.5PN	$-9.0 + 6.9 \kappa_1 \chi_1 + 6.9 \kappa_2 \chi_2$	$-11.0 + 8.5 \kappa_1 \chi_1 + 8.5 \kappa_2 \chi_2$
3PN	+2.3	+2.5
3.5PN	-0.9	-0.9

TABLE I: Nombre de cycles accumulés dans les bandes de fréquence de VIRGO et LISA pour différentes masses de binaires compactes, et pour les approximations post-newtoniennes successives. On note  $\kappa_A$  la norme du spin ( $\kappa_A = 1$  pour un trou noir de Kerr en rotation maximale),  $\chi_A$  son orientation ( $\chi_A = \pm 1$  pour un spin aligné ou anti-aligné avec le moment cinétique orbital,  $\chi_A = 0$  pour un spin dans le plan orbital), et  $\xi \leq 1$  le paramètre de couplage spin-spin. Les approximations 1.5PN et 2.5PN contiennent, à coté des termes de spin, des contributions des sillages d’ondes gravitationnelles. L’approximation 3.5PN contribue à moins de un cycle orbital à la phase totale, montrant que cette approximation est suffisante pour l’analyse du signal dans VIRGO/LIGO et LISA.

détecteurs, que la connaissance des effets des spins permet d’améliorer la précision des patrons d’onde des binaires de trous noirs à rotation proche du maximal (trous noirs de Kerr maximal). Dans le cas de la coalescence de trous noirs supermassifs observés par LISA les effets des spins vont aussi être importants; voir la Table I.

## 12. Étude du recul gravitationnel des systèmes binaires de trous noirs

Le recul gravitationnel d’un système de trous noirs en réponse à l’émission anisotrope d’ondes gravitationnelles est un phénomène ayant d’importantes conséquences potentielles en astrophysique. En particulier, dans les modèles de formation de trous noirs massifs par fusion successives de petits trous noirs, un recul gravitationnel avec une vitesse suffisante pour éjecter de la galaxie le trou noir résultant de la coalescence, empêchera la poursuite du processus de formation. Le recul gravitationnel pourrait éjecter le trou noir de galaxies naines ou d’amas globulaires. Même dans des grandes galaxies où le puit de potentiel serait suffisamment profond pour confiner le système en recul, le déplacement du centre de masse pourrait avoir des conséquences sur la physique du noyau galactique. Il est donc important d’avoir des estimations robustes pour la vitesse de recul du trou noir massif formé lors de la coalescence des systèmes binaires de trous noirs.

Dans le travail [A47] nous avons calculé le recul gravitationnel de trous noirs binaires à l’ordre 2PN au-delà de l’approximation dominante, comprenant notamment la correction d’ordre 1.5PN due aux sillages d’ondes. Cette expression est valable lors de la phase spiralante avant le passage à la dernière orbite circulaire (ICO). Cependant, nous avons trouvé que l’effet de recul est en fait dominé par la contribution de la phase ultérieure dite du “plongeon”, allant de l’ICO jusqu’à la formation d’un horizon commun aux deux trous noirs, pour l’orbite  $r_H = 2Gm/c^2$ . Nous estimons la vitesse de recul accumulée pendant la phase de plongeon en intégrant numériquement le flux d’impulsion à 2PN sur une géodésique plongeante de la métrique de Schwarzschild. Le résultat est donné dans la Figure 4 en fonction du rapport symétrique des masses  $\eta = m_1 m_2 / m^2$ . Pour un rapport de masse  $m_1/m_2 = 1/8$  nous obtenons pour la vitesse totale du recul (due aux phases spiralante et de plongeon)  $100 \pm 20$  km/s. Pour un rapport de masse 0.38 l’effet est maximal et nous l’estimons à  $250 \pm 50$  km/s (voir la Figure 4).

Ces estimations sont en accord avec le résultat d’études semi-analytiques (Favata *et al.* 2004), mais contiennent de bien meilleures barres d’erreur. Les résultats sont aussi en très bon accord avec les études de relativité numérique plus récentes (Baker *et al.* 2006) qui ont obtenu une vitesse de 175 km/s pour un rapport de masse de 1/1.5, jusqu’au moment du début de la coalescence des trous noirs (où nous arrêtons notre calcul post-newtonien). Cependant les simulations de relativité numérique montrent que l’onde gravitationnelle émise lors de la phase de vibration finale (émission par les modes quasi-normaux du trou noir formé) ont pour effet de *ralentir* la vitesse du recul gravitationnel, ce qui conduit à une vitesse finale de recul de l’ordre de 105 km/s.

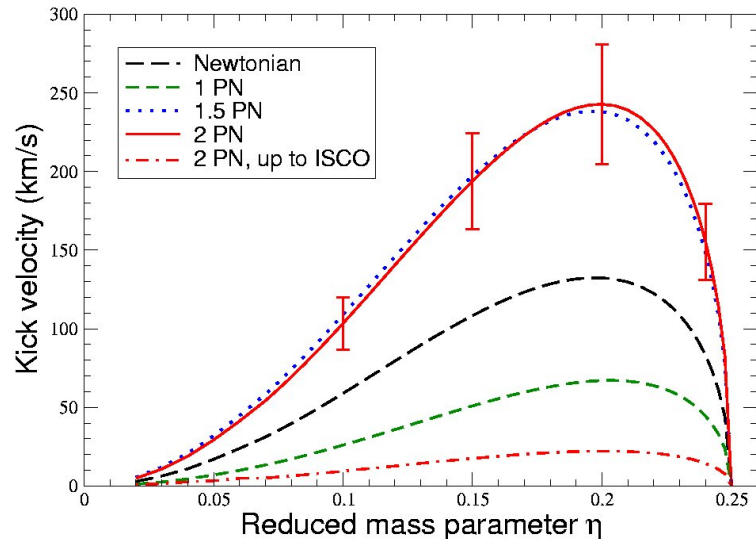


FIG. 4: Vitesse de recul gravitationnel à l'ordre 2PN en fonction du rapport symétrique des masses  $\eta = m_1 m_2 / m^2$  au moment du début de la fusion des deux trous noirs (séparation orbitale  $r_H = 2Gm/c^2$ ).

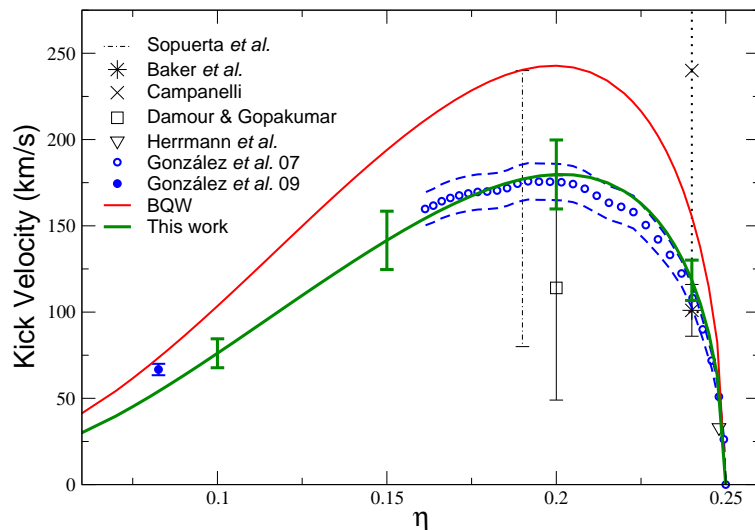


FIG. 5: Vitesse de recul totale accumulée dans les phases spirante, de plongeon et de vibration, avec une approximation de limite proche pour la phase de vibration (courbe verte). Comparaison avec le calcul jusqu'à la fusion (courbe rouge; Figure 4), avec les résultats numériques (points bleus) et d'autres méthodes analytiques ou semi-analytiques. L'accord avec les résultats numériques est excellent.

Comprendre cette réduction de la vitesse de recul par les modes quasi-normaux du trou noir a fait l'objet du travail [A61, A62]. Nous calculons dans [A61] les modes quasi-normaux grâce à une approximation de “limite proche”, dans laquelle les deux trous noirs au moment de la formation d'un horizon commun sont modélisés par la perturbation d'un seul trou noir. Nous employons la théorie des perturbations avec des conditions initiales post-newtoniennes décrivant la dynamique orbitale des deux trous noirs à la fin de la phase de plongeon. Dans [A62] nous utilisons ces résultats pour obtenir la contribution du recul dans la phase de vibration (à partir de l'orbite  $r_H = 2Gm/c^2$ ) et obtenons une réduction de la vitesse du recul par rapport à la phase de plongeon. Notre résultat final, donné par la Figure 5, est en très bon accord avec les résultats de la relativité numérique.



13. Comparaison de la théorie post-newtonienne et de la théorie de la force propre

Les observations d’ondes gravitationnelles par LIGO/VIRGO au sol et LISA dans l’espace, requièrent des patrons d’onde de haute précision pour l’identification des binaires compactes en coalescence. Deux schémas d’approximation en relativité générale sont en fait capables de résoudre le problème des patrons d’onde: (i) le développement post-newtonien, qui décrit la phase spiralante des binaires compactes dans le régime des champs faibles mais indépendamment du rapport de masse de la binaire; (ii) l’approche de la force propre basée elle-même sur la théorie des perturbations de trous noirs, qui permet une description précise dans le régime de champ fort mais dans la limite d’un rapport tendant vers zéro.

Nous avons effectué une comparaison de haute précision entre les résultats post-newtoniens et ceux de la force propre dans leur domaine de validité commun, celui d’un système binaire en régime de champ faible pour que le développement post-newtonien s’applique, et ayant un rapport de masse faible pour que l’approche perturbative soit possible. L’idée est de considérer une certaine variable observable physique, dite de “redshift” et associée au décalage vers le rouge de la fréquence de photons émis depuis l’une des particules sur son orbite circulaire, et reçus par un observateur situé sur l’axe de symétrie de l’orbite circulaire (Detweiler 2008).

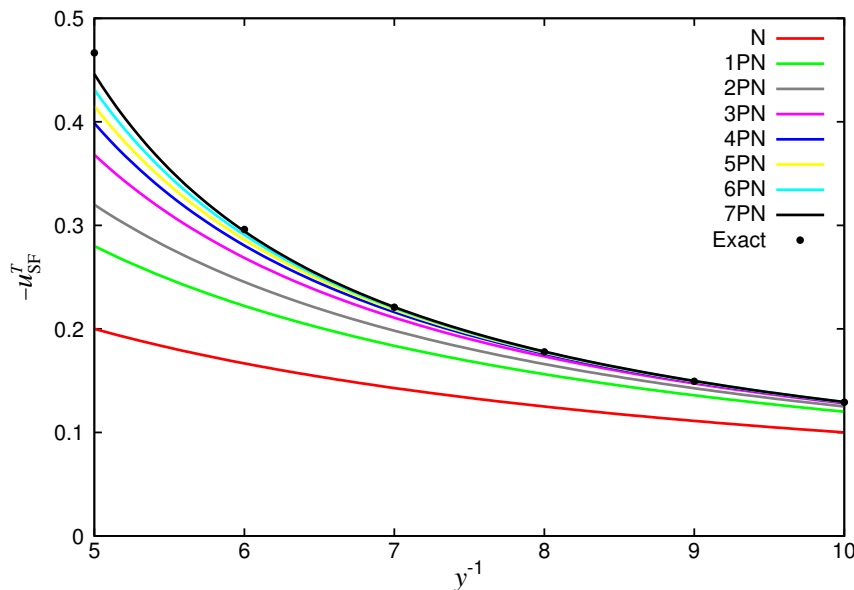


FIG. 6: La variable de redshift en fonction de la distance entre les deux trous noirs par unité de masse totale; on dénote  $y^{-1} = rc^2/(Gm)$ . La zone de champ fort est à gauche sur l’axe des abscisses et l’ISCO de Schwarzschild est à la position  $y^{-1} = 6$ . Les approximations post-newtoniennes convergent vers la valeur exacte calculée numériquement en théorie de la force propre (Detweiler 2008).

Nous calculons cette variable numériquement avec grande précision par la théorie de la force propre, et d’autre part nous la calculons à une approximation post-newtonienne très élevée. Dans le travail [A60] le développement post-newtonien est mené jusqu’à l’ordre 3PN et ajusté avec le résultat numérique pour la force propre. Cet ajustement marche très bien mais nous nous apercevons qu’il marche encore mieux si nous incluons aussi un terme logarithmique dans le développement post-newtonien à l’ordre 4PN. Cette remarque a motivé le travail [A63] dans lequel nous prouvons que des logarithmes apparaissent bien à l’ordre 4PN dans la dynamique conservative de la binaire, à cause des effets des sillages d’ondes gravitationnelles dans la zone proche du système. Nous calculons alors systématiquement toutes les contributions logarithmiques à 4PN et aussi à 5PN,<sup>18</sup> et sommes en mesure d’effectuer un ajustement extrêmement précis de la série post-newtonienne avec les données numériques [A63].

Le travail [A63] permet d’une part de confirmer la valeur analytique des coefficients post-newtoniens jusqu’à 3PN, ainsi que celle des coefficients des termes logarithmiques à 4PN et 5PN. D’autre part il permet aussi de déterminer numériquement la valeur de coefficients post-newtoniens inconnus aux ordres plus élevés jusqu’à 7PN (de tels coefficients post-newtoniens à un ordre aussi élevé sont extrêmement difficiles à calculer analytiquement). La Figure 6

<sup>18</sup> De telles contributions logarithmiques apparaissent donc aux ordres 4PN et 5PN dans la formule (2.16).

donne notre observable de redshift en fonction de la distance entre les deux trous noirs (en unité de la masse totale) pour les différents ordres post-newtoniens, ainsi que la valeur exacte calculée numériquement. Nous voyons que l’approximation post-newtonienne converge rapidement vers la valeur exacte, et reste en fait très performante même dans le régime de champ fort de la binaire ce qui correspond aux faibles séparations dans la partie à gauche sur l’axe des abscisses.

#### 14. Première loi de la dynamique des systèmes de trous noirs binaires

Plus récemment nous avons montré [A69] que la variable de redshift joue en fait un rôle important dans ce qu’on peut appeler la “première loi de la mécanique des trous noirs binaires”, par analogie avec la loi de la mécanique (ou thermodynamique) des trous noirs isolés. Dans [A69] nous démontrons cette loi à l’ordre 3PN plus les contributions logarithmiques à 4PN et 5PN. Cette loi exprime en particulier les variations de la masse et du moment cinétique du système binaire en réponse à des petites variations des masses de chacun des trous noirs. Elle est très simple:

$$\delta M - \Omega \delta J = z_1 \delta m_1 + z_2 \delta m_2, \quad (2.23)$$

où  $\Omega$  est la fréquence orbitale de la binaire,  $M$  et  $J$  sont la masse et le moment cinétique du système binaire (ce sont les quantités ADM),  $m_1$  et  $m_2$  sont les masses individuelles, et  $z_1$  et  $z_2$  sont les variables de redshift. La loi (2.23) est valable pour des orbites circulaires pour lesquelles on néglige l’effet de réaction à l’émission de rayonnement gravitationnel (dynamique dite conservative).

Après avoir démontré (2.23) nous avons réalisé que cette loi est en fait un cas particulier de la loi générale des systèmes de trous noirs en présence d’une symétrie d’espace-temps (Friedman, Uryū & Shibata 2002) — qui dans notre cas se trouve être la symétrie hélicoïdale correspondant à une orbite exactement circulaire. Cependant la loi de la mécanique des deux trous noirs sur une orbite circulaire (2.23) n’avait pas encore été exploitée avant notre travail [A69]. Par exemple cette loi nous permet d’obtenir numériquement de nouveaux coefficients post-newtoniens dans l’énergie de la binaire, et de définir une notion invariante de jauge pour l’énergie et le moment cinétique des trous noirs individuels dans un système binaire [A69].

Nous avons généralisé la première loi au cas des systèmes binaires de trous noirs avec spins en utilisant une approche hamiltonienne [A72]. Ce travail nous a mené en particulier à une prescription pour les systèmes de trous noirs binaires avec spins en *co-rotation*. En effet les systèmes en *co-rotation* sur des orbites circulaires sont les seuls compatibles avec l’existence de la symétrie hélicoïdale nécessaire à l’établissement de la première loi.

Très récemment nous avons montré que la première loi reste valable en présence de termes de sillages d’ondes intervenant à l’ordre 4PN et qui rendent la dynamique non-locale en temps [A91]. Ce résultat est important pour les comparaisons des prédictions des équations du mouvement à 4PN (notamment l’énergie conservée et l’avance du périastre) avec les calculs venant de la théorie de la force propre; en effet ces comparaisons sont basées sur l’utilisation de la première loi.

#### 15. Termes post-newtoniens impairs dans la dynamique conservative des systèmes binaires

Shah, Friedman & Whiting (2013) ont identifié numériquement par une méthode de force propre des termes post-newtoniens *impairs* apparaissant dans le développement post-newtonien à des ordres élevés du facteur de redshift  $z$  associé à l’une des particules sur son orbite circulaire. À première vue l’apparition de termes conservatifs impairs est surprenante car on s’attend à ce que ceux-ci soient nuls pour des orbites circulaires. Mais ceci n’est vrai qu’à la condition que les termes soient aussi “instantanés”, c’est-à-dire non donnés par des intégrales “héréditaires” (dans le sens de [A11]). Dans les travaux [A79, A80] nous avons montré que les termes conservatifs post-newtoniens impairs sont dus à des intégrales héréditaires de type “tail-of-tail”.<sup>19</sup> Nous trouvons que la contribution dominante des tails-of-tails dans l’observable de redshift intervient précisément à l’ordre 5.5PN (en accord avec le résultat de Shah *et al.* 2013) et nous calculons ensuite systématiquement ces effets jusqu’à l’ordre 7.5PN [A79, A80]. Les résultats sont en parfait accord avec ceux (numériques mais aussi analytiques) des méthodes de force propre comme celle de Shah *et al.* (2013). Les travaux [A79, A80] s’insèrent dans notre programme de comparaison de la méthode post-newtonienne et de la force propre à la suite des articles [A60, A63, A69, A72]. Notons que l’ordre 7.5PN auquel on est arrivé

<sup>19</sup> La première étude portant sur les effets non-linéaires héréditaires de type “tail-of-tail” dans le rayonnement gravitationnel avait été faite dans l’article [A23].

dans [A80] est probablement l'ordre le plus élevé jamais atteint par la méthode post-newtonienne traditionnelle, qui est très générale et valable pour des sources étendues quelconques.

### III. TESTER LA RELATIVITÉ GÉNÉRALE ET LE PRINCIPE D'ÉQUIVALENCE

#### A. Gravitation expérimentale et tests classiques dans le Système Solaire

La relativité générale a historiquement été étayée par de nombreux tests expérimentaux, qui ont vérifié à la fois la nature géométrique de la force gravitationnelle, et les équations de champ spécifiques de la théorie. En particulier, les quatre “tests classiques”, qui sont toujours poursuivis de nos jours avec une précision améliorée, montrent que les prédictions de la relativité générale sont réalisées à mieux que  $1/1000^{\text{ème}}$  près dans toutes les expériences de laboratoire et observations astronomiques faites dans le Système Solaire (voir par exemple, Will 1980).<sup>20</sup> Le premier test est celui de l'observation de la précession anormale du périhélie des planètes, par exemple Mercure, qui était déjà connue de Le Verrier en 1845 et qui fut expliquée par la relativité générale en 1915. Le second test classique est la déviation de la lumière par le Soleil, qui était prévue par la relativité générale et fut mesurée par Eddington en 1919 lors d'une éclipse solaire. Un autre test est celui du retard gravitationnel des ondes radio rasant le Soleil lors de leur trajet aller-retour entre la Terre et Mercure, et qui fut calculé et mesuré par Shapiro en 1964. Le quatrième test classique est celui du décalage gravitationnel vers le rouge ou effet Einstein, mais c'est en fait un test de l'une des facettes du principe d'équivalence qui a une signification plus fondamentale.

Très généralement et dans un contexte moderne, les tests de la relativité générale mesurent une différence entre les prédictions de la relativité générale et une théorie alternative ou une classe de théories alternatives. On se place souvent dans le cadre d'un formalisme général, imposant par exemple l'existence d'une métrique d'espace-temps, ou encore d'un Lagrangien modifié, ou d'une symétrie particulière pour le champ gravitationnel. On garde à l'esprit que la classification et l'inter-comparaison des tests dépend du formalisme utilisé. Les alternatives à la relativité générale, qui associent au champ de spin 2, donné classiquement par la métrique d'espace-temps, un ou plusieurs champs supplémentaires, sont fortement contraintes par les tests et les observations dans le Système Solaire. L'alternative la mieux motivée du point de vue de la théorie des champs consiste à rajouter un ou plusieurs champs scalaires. Ceux-ci peuvent se coupler universellement à la matière au travers d'une métrique physique unique ressentie par tous les champs non-gravitationnels. Un exemple est la théorie de Brans & Dicke (1961), mais dont on sait qu'elle est exclue par l'observation de l'avance du périhélie de Mercure. Le cadre approprié pour ces tests est le formalisme post-newtonien paramétrisé (PPN) des théories métriques de la gravitation (Nordvedt 1968; Will 1971). Il se peut également que le couplage des champs scalaires à la matière ne soit pas universel, comme pour le cas des champs dilatoniques et des “moduli” prévus par certaines théories d'unification des interactions. Ces champs induisent génériquement des violations du principe d'équivalence peut-être à un niveau testable expérimentalement (Damour et Polyakov 1994).

Le principe d'équivalence, dans sa forme faible d'égalité entre les masses inertielle et gravitationnelle, traduit directement l'universalité de la chute libre des corps dans un champ de gravitation. On parle ici de *corps tests*, dont l'extension est assez petite pour pouvoir ignorer le couplage aux inhomogénéités du champ gravitationnel, qui ont une énergie interne gravitationnelle négligeable, et qui sont électriquement neutres. Le principe d'équivalence faible a été testé avec la précision  $10^{-13}$  à l'aide de pendules de torsion (Dicke *et al.* 1964; Adelberger *et al.* 2008), et grâce aux expériences de tirs laser sur la Lune comme au CERGA à Grasse. Les expériences de tirs laser permettent aussi de contraindre la version forte du principe d'équivalence, prenant en compte les énergies internes gravitationnelles des corps — en l'occurrence les planètes.<sup>21</sup> Dans les expériences futures, le principe d'équivalence faible sera testé dans l'espace, au niveau  $10^{-15}$  par le satellite en orbite terrestre  $\mu$ -SCOPE développé par le CNES et l'ONERA, ainsi que peut-être, à plus long terme, par une version cryogénique de  $\mu$ -SCOPE au niveau  $10^{-17}$ . Notons aussi le projet de satellite STE-QUEST pour le test du principe d'équivalence faible à  $10^{-15}$  par interférométrie atomique.

Une conjecture importante dans ce domaine est la conjecture de Schiff (1960) qui affirme que l'on ne peut pas

<sup>20</sup> Néanmoins, expérimentalement nous ne connaissons pas le comportement de la force de gravitation à une échelle microscopique, inférieure ou très inférieure à une distance de l'ordre du millimètre. À ces échelles la force en  $1/r^2$  pourrait ne plus être valable, par exemple à cause de la présence de dimensions supplémentaires compactifiées. On s'attend d'autre part à ce que la relativité générale ne s'applique plus au delà de l'échelle de Planck.

<sup>21</sup> D'après le principe d'équivalence d'Einstein on peut ériger, en tout point et à tout instant dans un champ de gravitation quelconque, un système de coordonnées localement inertielles, dans lequel le mouvement des corps “tests” est rectiligne et uniforme. De plus la relativité restreinte est valable en ce point et à cet instant dans le référentiel localement inertiel. La version forte du principe d'équivalence stipule que dans le référentiel localement inertiel une expérience gravitationnelle telle que l'expérience de Cavendish, aura le même résultat qu'en l'absence du champ gravitationnel extérieur.

violer l'universalité de la chute libre sans violer aussi les autres aspects du principe d'équivalence d'Einstein, que sont l'invariance locale de Lorentz et l'invariance locale de position. Donc, toute théorie relativiste complète et cohérente qui satisfait le principe d'équivalence faible doit aussi satisfaire le principe d'équivalence d'Einstein. Les formalismes alternatifs utilisés pour décrire une violation du principe d'équivalence se placent tous dans le cadre de la conjecture de Schiff. C'est le cas par exemple de la plupart des théories non-métriques, des modèles motivés par la théorie des cordes ou les scénarios avec branes, de formalismes paramétrisés généraux comme l'approche  $\text{TH}\varepsilon\mu$  (Lightman & Lee 1973), et des extensions du modèle standard décrivant des violations de l'invariance locale de Lorentz (Bailey & Kostelecky 2006). Les théories ne satisfaisant pas à la conjecture de Schiff souffrent de graves pathologies.

L'invariance locale de Lorentz est testée par les expériences classiques du type Michelson-Morley et leurs descendants (Brillet & Hall 1979), et les expériences d'isotropie de l'espace (Hughes *et al.* 1960, Drever 1961). L'invariance locale de position est testée dans deux catégories d'expériences: celles sur la variations des constantes fondamentales non-gravitationnelles comme la constante de structure fine, qui testent l'invariance de position *temporelle*; et les mesures du décalage gravitationnel des fréquences vers le rouge, qui testent l'invariance de position *spatiale*.

Le décalage gravitationnel (redshift gravitationnel) avait été prévu par Einstein et fut mesuré par Pound and Rebka dans les années 1960, comparant la fréquence de photons gamma émis par une transition nucléaire, à la base d'une tour de 20 mètres de hauteur environ, et observés au sommet de la tour où le potentiel gravitationnel est légèrement plus faible. Depuis, le décalage gravitationnel a aussi été mesuré dans des raies spectrales solaires émises à la surface du Soleil. Dans un test du décalage gravitationnel utilisant des horloges, on vérifie que les battements d'horloges sont *universels*, c'est-à-dire que les différences de fréquences d'horloges situées à différentes positions dans un champ de gravitation, ne dépendent que de la différence des potentiels gravitationnels, et non de la nature et de la structure interne des horloges. En 1976 un maser à hydrogène était embarqué sur une fusée à une altitude de 10.000 km et sa fréquence comparée grâce à un lien  $\mu$ -onde à une horloge identique placée au sol, ce qui a permis un test du décalage vers le rouge avec une précision de  $10^{-4}$  (Vessot et Levine 1976). L'agence spatiale européenne va placer en 2016 sur la station spatiale internationale l'expérience ACES (Atomic Clock Ensemble in Space), qui comprendra l'horloge ultra-stable à atomes refroidis par laser PHARAO, et va tester, en plus de nombreuses autres applications en physique fondamentale et en métrologie, le décalage gravitationnel avec une précision d'environ  $10^{-6}$  (Cacciapuoti & Salomon 2009). Le décalage gravitationnel est aussi mesuré dans des expériences où les fréquences d'horloges de compositions différentes (c'est-à-dire basées sur des processus physiques distincts ou des atomes différents) sont comparées entre elles à une même position spatiale dans le laboratoire. On teste donc directement l'universalité des battements d'horloges dans le champ gravitationnel total de la Terre et des autres corps du Système Solaire, qui varie légèrement au cours du temps à cause du mouvement et de la rotation de la Terre.

## B. Travaux scientifiques

### 1. Une classe de couplages non-métriques à la gravitation

Motivés par les discussions sur les tests du principe d'équivalence faible en orbite terrestre, notamment sur celui que pourrait réaliser le satellite STEP (précision attendue:  $10^{-17}$ ), nous avons proposé dans l'article [A10], une classe particulière de couplages non-métriques entre les champs de matière et le champ gravitationnel, qui généralise de façon naturelle le couplage métrique des théories métriques de la gravitation. Nous montrons que les couplages dans cette classe violent génériquement le principe d'équivalence d'Einstein mais à un niveau extrêmement faible, de l'ordre de  $10^{-15}$  dans le champ de la Terre, avec un coefficient numérique de l'ordre de un appelé  $b_2$  et caractérisant le couplage en question. Cette violation du principe d'équivalence rentre donc dans la plage de sensibilité de STEP et même du satellite Microscope (précision  $10^{-15}$ ). Cette classe de couplages non-métriques, qui peut être analysée à l'aide du formalisme  $\text{TH}\varepsilon\mu$ , a occasionnellement été appelée le "formalisme  $b_2$ ".

### 2. Transfert de temps et de fréquence pour l'expérience PHARAO/ACES

Dans le travail [A30] nous avons déterminé les corrections relativistes qui seront détectables, et donc à prendre en compte, dans l'expérience PHARAO/ACES développée par le CNES et l'ESA, lors du transfert de temps et de fréquence depuis la station spatiale internationale (ISS), située en orbite terrestre à 450 km, jusqu'à une station au sol. Rappelons que ACES consiste à placer un maser à hydrogène et une horloge atomique à atomes de Césium refroidis par laser (PHARAO) dans la station spatiale, où les conditions de micro-gravité vont augmenter les performances de l'horloge PHARAO en terme de stabilité, et de transférer un standard de temps extrêmement stable vers la station au sol à l'aide d'un lien  $\mu$ -onde et, peut-être aussi, d'un lien laser.

Nous avons montré que les termes relativistes jusqu'à l'ordre  $1/c^3$  seront nécessaires compte tenu de la stabilité attendue pour l'horloge PHARAO. Notre résultat, pour le transfert de fréquence entre le satellite  $A$  et la station au sol  $B$  dans la configuration à deux voies, s'écrit [A30]

$$\Delta_{AB} = \frac{1}{c^2} \left( U_{AB} - \frac{1}{2} \mathbf{v}_{AB}^2 - \mathbf{R}_{AB} \cdot \mathbf{a}_B \right) \left( 1 + \frac{1}{c} \mathbf{N}_{AB} \cdot \mathbf{v}_{AB} \right). \quad (3.1)$$

Ces termes comprennent l'effet Einstein de décalage gravitationnel  $U_{AB}/c^2$  produit par la différence de potentiel gravitationnel terrestre, plus l'effet Doppler du second ordre qui est le terme en  $\mathbf{v}_{AB}^2$ , plus une contribution due à l'effet Sagnac qui est le terme en  $\mathbf{R}_{AB} \cdot \mathbf{a}_B$ , où  $\mathbf{R}_{AB}$  est la distance entre le satellite et la station sol et  $\mathbf{a}_B$  est l'accélération de la station sol. Remarquablement, les corrections à l'ordre  $1/c^3$  se réduisent essentiellement à un facteur multiplicatif global, qui s'interprète très simplement par une correction donnée par l'effet Doppler du *premier* ordre. Voir (3.1) où  $\mathbf{N}_{AB}$  est la direction entre le satellite et la station sol, et  $\mathbf{v}_{AB}$  est la vitesse relative. La formule (3.1) est utilisée dans les programmes d'analyse des données de l'expérience PHARAO/ACES. La présence du terme de décalage gravitationnel  $U_{AB}/c^2$  va pouvoir être testée avec une précision de l'ordre de  $10^{-6}$ .

### 3. Tester l'effet de décalage gravitationnel vers le rouge par interférométrie atomique?

Récemment, Müller, Peters et Chu ont publié un article dans la revue Nature (numéro du 18 février 2010), où ils présentent une réinterprétation des expériences classiques d'interférométrie atomique (Bordé 1989; Kasevich & Chu 1991). Notons que les interféromètres atomiques sont considérés depuis leur origine comme des *gravimètres* (ou accéléromètres), c'est-à-dire qu'ils mesurent le champ de gravitation de la Terre auquel sont soumis les atomes. Ces expériences peuvent donc être utilisées pour un test du principe d'équivalence faible ou universalité de la chute libre, en comparant l'accélération des atomes dans le champ de la Terre avec celle d'un objet macroscopique, en pratique un coin cube situé à proximité et dont la trajectoire est mesurée par laser. La précision actuelle des interféromètres atomiques est de l'ordre de  $7 \times 10^{-9}$ . Donc le test du principe d'équivalence est moins bon que dans les expériences utilisant les balances de torsion, mais il est très intéressant car il concerne des particules quantiques (ondes de matière).

Dans leur réinterprétation, Müller *et al.* affirment que l'interféromètre atomique mesure le décalage gravitationnel des fréquences des atomes entre les deux bras de l'interféromètre situés à des hauteurs différentes dans le champ de gravitation. Par fréquence ils entendent la fréquence de (de Broglie-)Compton  $\omega_C = mc^2/\hbar$ , où  $m$  est la masse de l'atome, et qui est égale à  $3.2 \times 10^{25}$  Hz pour l'atome de Césium. Ils considèrent donc les atomes comme des "horloges" conventionnelles battant à la fréquence de Compton, et ils utilisent la valeur élevée de cette fréquence pour prétendre à un test du décalage gravitationnel au niveau  $7 \times 10^{-9}$ , bien meilleur que tous les tests d'horloges existants ou en projet comme par exemple celui que va réaliser PHARAO/ACES.

Nous avons montré dans les articles [A64, A66, A70] (voir aussi [C30, C31]) que cette réinterprétation est incorrecte:

1. Un atome n'est pas une "horloge de Compton", puisqu'il ne délivre aucun signal physique mesurable à la fréquence de Compton.
2. Dans une expérience d'horloges, la trajectoire des horloges est mesurée et le décalage gravitationnel est obtenu par échange continu de photons entre les horloges. La mesure des trajectoires permet de soustraire la contribution de l'effet Doppler, voir par exemple (3.1). Dans un interféromètre atomique, on utilise une interférence entre deux trajets possibles suivis par le même atome, qui est décrit par la mécanique quantique. Contrairement aux expériences d'horloges, on ne contrôle pas le mouvement des atomes qui est déduit de la théorie en utilisant les mêmes équations d'évolution que celles qui permettent de calculer le déphasage. Donc les deux trajets classiques dans l'interféromètre ne peuvent pas être déterminés par une mesure. Dans un interféromètre, où un même atome peut se propager le long des deux chemins, tenter de déterminer le chemin suivi par l'atome détruit la figure d'interférence. Il est donc impossible de mesurer les contributions Doppler et d'en déduire le décalage gravitationnel vers le rouge.
3. Dans un interféromètre de Mach-Zehnder symétrique, utilisant la théorie de manière cohérente, la contribution du déphasage qui dépend de la masse de l'atome (et donc de sa fréquence de Compton), et qui inclue le terme correspondant au décalage gravitationnel, est en fait exactement *zéro*. Nous avons donné de ce résultat connu depuis longtemps (voir par exemple, Storey & Cohen-Tannoudji 1994) une démonstration très simple et générale pour des Lagrangiens quadratiques [A66]. Le résultat est valable non seulement en relativité générale mais pour une large classe de théories alternatives (en fait, toutes celles qui rentrent dans le cadre de la conjecture de Schiff). Le déphasage total vient alors entièrement de l'interaction avec les lasers et du fait que les atomes sont en chute libre dans le champ de gravitation. Cela explique pourquoi l'expression du déphasage est proportionnelle à l'accélération, tout en étant indépendante de la fréquence de Compton.

Après notre travail [A64, A66], plusieurs études indépendantes sont parues (Sinha & Samuel 2011; Giulini 2011), qui ont confirmé notre analyse et présenté des conclusions identiques aux nôtres. Néanmoins, les auteurs Müller *et al.* ont publié récemment un commentaire sur notre travail, dans lequel ils maintiennent leur point de vue. Nous avons répondu à ce commentaire dans l'article [A70], où nous réaffirons notre conclusion: les interféromètres atomiques ne permettent pas de mesurer le décalage gravitationnel vers le rouge à la fréquence de Compton. La controverse est maintenant close et la communauté adhère à notre conclusion (voir, par exemple, Will 2014).

#### 4. Test quantique du principe d'équivalence avec l'expérience STE-QUEST

La mission spatiale STE-QUEST, candidate à l'appel d'offre pour les missions M de l'ESA, a pour but de vérifier le principe d'équivalence en orbite grâce à l'interférométrie atomique, par comparaison de la chute libre de deux espèces atomiques différentes (deux isotopes de l'atome de Rubidium). Il s'agit donc d'un test du principe d'équivalence au niveau *quantique*, c'est-à-dire portant sur le comportement d'une onde de matière quantique dans le champ de gravitation. *A priori* ce test semble plus fondamental que les tests classiques qui comparent la chute libre de matériaux classiques ordinaires (par exemple deux cylindres emboîtés, l'un en aluminium et l'autre en platine, dans l'expérience  $\mu$ -SCOPE). Dans l'article [A81], qui est issu d'un groupe de travail sur STE-QUEST ayant fourni ses conclusions en 2013, nous avons examiné l'intérêt spécifique des tests quantiques du principe d'équivalence par rapport aux tests classiques, et confirmé la pertinence de futures expériences spatiales telles que STE-QUEST pour les tests quantiques du principe d'équivalence (STE-QUEST effectuera aussi à la suite de PHARAO/ACES des tests du redshift gravitationnel).

#### 5. Test du redshift avec l'expérience STE-QUEST

La mission STE-QUEST effectuera aussi un test du décalage gravitationnel des fréquences dans les champs du Soleil et de la Lune. La possibilité d'effectuer un tel test n'est pas complètement évidente à cause de l'absence bien connue de décalage des fréquences entre "midi et minuit" (Hoffmann 1961) pour une horloge fixée à la Terre dans le champ du Soleil. Cette absence de redshift est la conséquence du principe d'équivalence et du fait que la Terre est en chute libre dans le champ du Soleil. Néanmoins dans l'article [A86] nous analysons cette expérience dans un cadre général de formalisme permettant des violations du principe d'équivalence et nous montrons qu'un test compétitif "nul" des paramètres de violation du principe d'équivalence sera possible avec STE-QUEST.

## IV. PROBLÈME DE LA MATIÈRE NOIRE EN COSMOLOGIE

### A. Matière noire ou gravité modifiée?

La cosmologie moderne repose sur un modèle développé au cours des cinq dernières décennies. Ce modèle est en accord avec la quasi-totalité des observations astrophysiques et cosmologiques existantes, au prix de l'introduction de deux constituants nouveaux de l'Univers: la matière noire et l'énergie noire. L'existence de ce secteur noir ne se révèle qu'à travers ses effets gravitationnels sur la matière ordinaire et sur la dynamique de l'expansion de l'Univers. Il est particulièrement en évidence dans l'observation des fluctuations du rayonnement cosmologique fossile. La nature de ce secteur noir constitue l'une des énigmes les plus complexes de la cosmologie et de la physique contemporaine, car il rend manifeste un problème de compatibilité entre les lois physiques connues et les observations astronomiques.

Le modèle cosmologique repose sur trois hypothèses centrales: (i) la validité de la relativité générale pour décrire la gravitation aux échelles cosmologiques; (ii) le fait que la matière et les interactions non gravitationnelles sont décrites par le modèle standard de la physique des particules; (iii) une hypothèse sur les solutions cosmologiques de ces théories, à savoir le principe copernicien qui stipule que nous n'occupons pas une place privilégiée dans l'Univers.

L'existence du secteur noir, tel qu'il est actuellement mis en œuvre de façon purement phénoménologique, revient à remettre en cause l'hypothèse (ii) en introduisant une composante de matière noire froide (CDM), et une composante d'énergie noire dont l'effet principal est de rendre compte de l'accélération de l'expansion de l'Univers. Dans le modèle cosmologique, l'énergie noire se réduit à une constante cosmologique  $\Lambda$ , d'où l'acronyme  $\Lambda$ -CDM pour ce modèle de référence, qui reproduit extrêmement bien le spectre observé du rayonnement diffus cosmologique. Cependant rien ne nous assure que ce ne sont pas les autres hypothèses qui sont à remettre en cause.

Le modèle généralement admis pour la matière noire est d'être constituée de particules stables prévues par des extensions du modèle standard de la physique des particules. L'un des meilleurs candidats est le neutralino, partenaire supersymétrique d'une combinaison des bosons de jauge et de Higgs du modèle standard (voir par exemple Bertone, Hooper & Silk 2005). Dans un tel modèle, la matière noire rend compte du désaccord entre les mesures des masses

dynamique et lumineuse des systèmes astrophysiques, et de plus elle joue un rôle crucial en cosmologie, car elle entraîne la formation des grandes structures par effondrement gravitationnel, et explique la distribution de matière baryonique, depuis l'échelle des amas de galaxies jusqu'à l'échelle cosmologique par la croissance non-linéaire des perturbations.

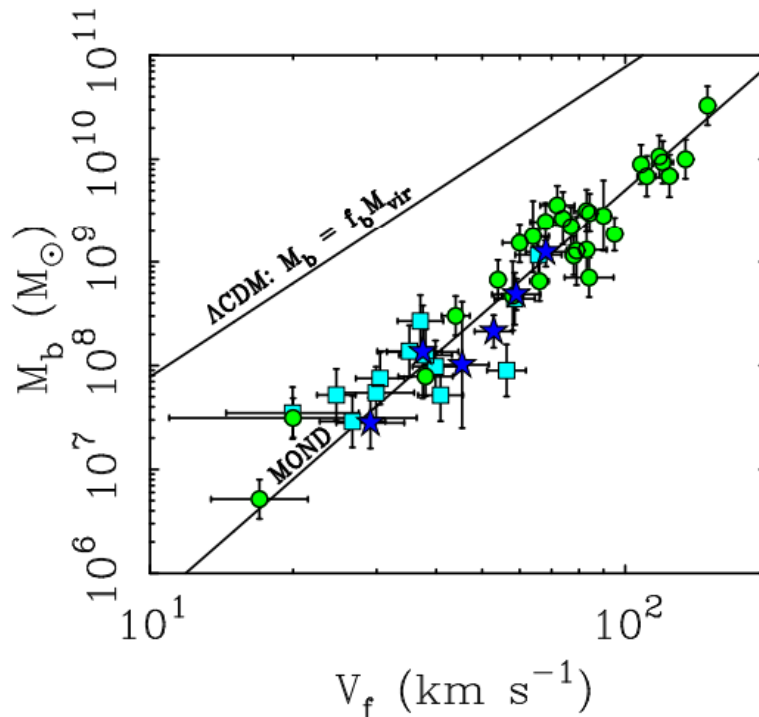


FIG. 7: Loi de Tully-Fisher baryonique pour un échantillon de galaxies naines dominées par le gaz. On peut mesurer avec précision pour ces galaxies à la fois la vitesse asymptotique de rotation  $V_f$  et la masse totale baryonique (McGaugh 2011). Les observations s'alignent sur une loi de pente 1/4, donnée par (4.1) avec la valeur  $a_0 = 1.2 \times 10^{-10} \text{ m/s}^2$ , sans dispersion intrinsèque apparente. La prédiction naïve de  $\Lambda$ -CDM n'a pas la bonne pente (1/3 au lieu de 1/4) ni la bonne normalisation. Il faut invoquer dans le cadre CDM, au prix d'un ajustement fin galaxie par galaxie, des mécanismes de rétroaction tels que les explosions de supernovæ ou une interaction entre la matière noire et les baryons.

Malgré ses succès très importants en cosmologie, le modèle  $\Lambda$ -CDM se heurte à des difficultés, probablement liées à la nature postulée des constituants noirs, lorsqu'il s'agit d'expliquer de façon naturelle la distribution de la matière noire à l'échelle plus petite des galaxies (Sanders & McGaugh 2002; Famaey & McGaugh 2012). Les simulations numériques en cosmologie suggèrent en effet l'existence d'un profil de densité universel pour la distribution de matière noire autour des galaxies (Navarro, Frenk & White 1997). Mais ce profil est beaucoup trop concentré au centre des galaxies où il forme un pic de densité, alors que les courbes de rotation plates des galaxies — qui restent l'observation la plus convaincante de la présence de matière noire — indiquent plutôt un plateau de densité constante au centre. De plus, la relation de Tully-Fisher baryonique (Tully & Fisher 1977; McGaugh 2011; voir Figure 7), reliant la vitesse asymptotique de rotation des galaxies à leur masse baryonique, n'est pas expliquée de façon naturelle. Dans le modèle CDM, pour reproduire la loi de Tully-Fisher, il faut ajuster finement la proportion et la distribution de matière noire par rapport à la matière baryonique, en invoquant certains mécanismes astrophysiques de rétroaction. Plus généralement, on observe une surprenante et mystérieuse régularité dans la distribution de la matière noire autour des galaxies, qui est mal expliquée dans le cadre CDM; voir la Figure 7.

Une source de ces difficultés est la présence dans les données observationnelles d'une constante notée  $a_0$ , que l'on peut choisir ayant la dimension d'une accélération, et qui est mesurée à la valeur  $a_0 = 1.2 \times 10^{-10} \text{ m/s}^2$ . Celle constante intervient dans la loi de Tully-Fischer par l'ajustement aux données qui fournit

$$V_f = \left( G M_b a_0 \right)^{1/4}, \quad (4.1)$$

où  $V_f$  est la vitesse de rotation asymptotique (plate) de la galaxie, et  $M_b$  sa masse totale baryonique. La valeur

mesurée de  $a_0$  est étonnamment proche de la valeur naturelle associée à la constante cosmologique,

$$a_0 \simeq 1.3 a_\Lambda \quad \text{avec} \quad a_\Lambda = \frac{c^2}{2\pi} \sqrt{\frac{\Lambda}{3}}, \quad (4.2)$$

où  $a_\Lambda$  est relié à la température de l'espace-temps de de Sitter  $T_{\text{dS}} = \hbar a_\Lambda / (kc)$  calculée en théorie semi-classique (Gibbons & Hawking 1977). Il n'y a pas d'explication pour cette "coïncidence cosmique" entre l'observable cosmologique  $\Lambda$  et un paramètre  $a_0$  mesuré sur des échelles galactiques — hormis le fait d'être une vraie coïncidence.

Pour rendre compte de l'existence de cette constante  $a_0$ , une approche alternative à la matière noire, appelée la dynamique newtonienne modifiée (MOND), a été proposée par Milgrom (1983). L'idée est d'imputer la différence entre les masses dynamique et lumineuse des galaxies à une violation fondamentale de la loi de la gravitation, ou éventuellement de la loi de la dynamique newtonienne, dans un régime de champs faibles, en-dessous de l'échelle d'accélération  $a_0$ . L'équation de Poisson pour le potentiel gravitationnel newtonien est modifiée selon (Bekenstein & Milgrom 1984)

$$\nabla \cdot \left[ \mu \left( \frac{g}{a_0} \right) \nabla U \right] = -4\pi G \rho_b, \quad (4.3)$$

où  $\rho_b$  est la densité de matière ordinaire (essentiellement baryonique),  $U$  est le potentiel gravitationnel,  $\mathbf{g} = \nabla U$  est le champ gravitationnel,  $g = |\mathbf{g}|$  est sa norme euclidienne. La modification de la loi de Poisson est encodée dans la fonction  $\mu$  qui dépend dans ce modèle du seul argument  $g/a_0$ . Dans la limite de champs forts  $g \gg a_0$ , la fonction  $\mu$  tend vers un et l'on retrouve l'équation de Poisson; dans la limite de champs faibles  $g \ll a_0$ , la fonction se comporte linéairement:  $\mu(g/a_0) \simeq g/a_0$ .

L'accord entre les prédictions de MOND et de nombreuses observations à l'échelle des galaxies est remarquable. La loi de Tully-Fischer baryonique (Figure 7) est parfaitement reproduite. Les courbes de rotation des galaxies sont "expliquées" en grands détails. On sait aussi par des simulations numériques que MOND se comporte de façon satisfaisante en ce qui concerne la formation et la dynamique des galaxies (Tiret & Combes 2008). En revanche, la formule MOND rencontre des difficultés à l'échelle des amas de galaxies, car elle n'explique qu'une partie de la masse manquante dans cet environnement. On doit donc invoquer la présence soit de neutrinos avec une masse de l'ordre de l'électron-volt, soit de "baryons noirs" — matière ordinaire sous forme de nuages froids d'hydrogène moléculaire. Cette deuxième hypothèse est possible car la majeure partie des baryons n'ont pas encore été identifiés.

D'un autre côté, MOND requiert clairement une formulation relativiste pour être viable et pouvoir s'appliquer en cosmologie. La proposition la plus connue pour une version relativiste de MOND est la théorie TeVeS (Tenseur-Vecteur-Scalaire) de Bekenstein (2004) et Sanders (2005), qui comprend en plus du tenseur métrique un champ scalaire et un champ vectoriel. Ceux-ci permettent en particulier de relier la métrique physique, ressentie par les champs de matière, à la métrique dans le référentiel d'Einstein. L'introduction du champ vectoriel a été motivée par l'impossibilité de rendre compte des observations de la déviation de la lumière par les amas dans le cadre d'une théorie tenseur-scalaire. Mais le champ vectoriel conduit à une théorie très compliquée, qui n'est pas exempte de difficultés fondamentales liées à la stabilité (Clayton 2001, Bruneton & Esposito-Farèse 2007). Une classe de théories plus simples, et peut-être mieux motivées, sont les théories Einstein-éther, qui contiennent aussi un vecteur, dont le référentiel de repos constitue l'éther, et qui furent utilisées à l'origine pour décrire la phénoménologie de la violation de l'invariance de Lorentz, motivée par la gravité quantique (Jacobson & Mattingly 2001, 2004). Ces théories, lorsqu'elles sont modifiées pour contenir des termes cinétiques non-canoniques, conduisent à des exemples intéressants de théories MOND (Zlosnik, Ferreira & Starkman 2007). Le champ vectoriel introduit dans TeVeS est en fait analogue au vecteur de l'éther, mais le couplage à la matière est plus simple dans les théories Einstein-éther. La viabilité de toutes ces théories a été systématiquement étudiée en cosmologie (Skordis *et al.* 2006). Le formalisme PPN pour les tests dans le Système Solaire a été étudié dans le cas de TeVeS (Sagi 2009).

## B. Travaux scientifiques

### 1. Analogie diélectrique pour MOND

Nous avons proposé dans les travaux [A51, A52, A57, A58] (voir aussi [D2, D3]) une approche nouvelle, très différente de celle des extensions relativistes de MOND comme les théories TeVeS et Einstein-éther. Cette approche peut être vue comme une théorie de *matière noire modifiée* plutôt que de gravité modifiée.

Dans l'article [A51] nous montrons que MOND pourrait s'expliquer de façon naturelle non pas comme étant dû à une violation de la loi newtonienne de la gravitation, mais comme résultant de la "polarisation gravitationnelle" d'un milieu formé de moments dipolaires gravitationnels, qui seraient alignés dans le champ gravitationnel produit par les



masses ordinaires, et qui constituerait une forme nouvelle de matière noire. L’effet invoqué est l’analogie gravitationnel de la polarisation d’un matériau diélectrique placé dans un champ électrique (en électrostatique habituelle). En effet l’équation MOND (4.3) apparaît comme l’analogie gravitationnel de l’équation de Gauss modifiée par les effets de polarisation dans un milieu diélectrique. La fonction MOND  $\mu$  s’interprète comme la fonction caractéristique du milieu de matière noire dipolaire. Le vecteur de polarisation de cette matière noire,

$$\mathbf{P} = -\frac{\chi}{4\pi G} \mathbf{g}, \quad (4.4)$$

est aligné avec le champ gravitationnel. Dans cette interprétation  $\chi$  est l’analogie gravitationnel de la susceptibilité, relié à la fonction MOND par  $\mu = 1 + \chi$ , et dépend du champ, comme pour les milieux diélectriques non-linéaires. Dans ce cadre la matière noire serait une forme non standard de matière, n’ayant pas de caractère *ad hoc* dans le sens où elle résulterait du mécanisme physique bien connu de polarisation par un champ extérieur.

Se peut-il que l’analogie diélectrique ait des implications profondes? Pour tenter de répondre à cette question nous étudions dans [A51] un modèle microscopique pour le dipôle gravitationnel. Nous montrons que les masses de polarisation ont tendance à augmenter l’intensité du champ gravitationnel des masses ordinaires (par un effet inverse de l’écrantage d’une charge électrique par les charges de polarisation), ce qui correspond à un coefficient de susceptibilité négatif:  $\chi < 0$ , et est en accord avec la matière noire et la prédiction de MOND. D’autre part nous introduisons une force d’origine non-gravitationnelle (une “5<sup>ème</sup> force”) pour lier entre elles les particules formant le dipôle, et atteindre une situation d’équilibre dans laquelle le dipôle est aligné — et donc le milieu est polarisé — avec le champ gravitationnel. Pour reproduire MOND nous trouvons que cette force doit se comporter en première approximation comme un oscillateur harmonique. Le milieu de matière noire dipolaire est alors essentiellement statique, et peut être vu comme l’analogie gravitationnel d’un “plasma” oscillant à sa fréquence plasma naturelle, et polarisé dans le champ gravitationnel des masses ordinaires.

L’analogie diélectrique de MOND a donc certains aspects très encourageants. Néanmoins le modèle [A51] est hautement non-viable (ne serait-ce que parce que non-relativiste) et pose de graves problèmes fondamentaux. Quelle est la nature de la 5<sup>ème</sup> force invoquée? Plus grave encore le modèle de dipôle gravitationnel newtonien nécessite l’hypothèse radicale de particules ayant une masse gravitationnelle — l’analogie gravitationnel de la charge — *négative*. Comment coupler des masses négatives au champ de gravitation dans une théorie relativiste? Comment traiter à un niveau fondamental la violation du principe d’équivalence qui en résulte?

## 2. Modèle de matière noire dipolaire en relativité générale

Motivé par la non-viabilité du modèle newtonien précédent, l’article [A52] suggère qu’il est possible de décrire une forme de particules dipolaires en relativité générale. L’idée est de représenter le moment dipolaire d’une particule par le “bras de levier” de son spin, vu comme un moment cinétique intrinsèque purement classique. Un principe d’action, inspiré par l’action des particules à spins dans un champ de gravitation (Bailey & Israel 1980), est proposé. L’action est une fonctionnelle de la quadri-vitesse de la particule et du quadri-vecteur moment dipolaire porté par la particule. Les deux variables sont supposées dynamiques, ce qui permet de calculer le mouvement de la particule dipolaire et l’évolution du moment dipolaire. La force interne est introduite au moyen d’une fonction potentielle dépendant du vecteur dipolaire dans l’action. Nous montrons qu’une certaine solution des équations du mouvement correspond à un état d’équilibre, et que dans la limite non-relativiste l’équation d’Einstein couplée à cette matière dipolaire se réduit, sous certaines hypothèses, à l’équation MOND. Cependant la solution ne semble pas générique, sa stabilité n’a pas été étudiée, et la dynamique des particules dipolaires en symétrie sphérique n’est pas très physique.

Plus récemment [A57, A58] nous avons apporté des modifications cruciales au modèle [A52], qui permettent de résoudre ses difficultés et d’aboutir à un modèle physique pour la matière noire, et aussi pour l’énergie noire car le modèle contient une constante cosmologique. L’idée principale est de faire dépendre la force interne nécessaire à la stabilité du milieu dipolaire (qui est décrite par une fonction potentielle  $\mathcal{W}$  dans l’action) de la *densité* des moments dipolaires, c’est-à-dire du champ de polarisation. Soit  $u^\mu$  la quadri-vitesse des particules dipolaires et  $J^\mu = \rho u^\mu$  le courant associé conservé ( $\nabla_\mu J^\mu = 0$ ), où  $\rho$  est la densité des particules dipolaires. D’autre part soit  $\xi^\mu$  le vecteur dipolaire (ayant la dimension d’une longueur) et  $P^\mu = \rho \xi^\mu$  le vecteur de polarisation. L’action pour cette matière noire dipolaire (DDM) est  $S_{\text{DDM}} = \int d^4x \sqrt{-g} L_{\text{DDM}}$ , avec le Lagrangien

$$L_{\text{DDM}} = -\rho + J_\mu \dot{\xi}^\mu - \mathcal{W}(P_\perp). \quad (4.5)$$

Dans le modèle cette action est à rajouter à l’action de Einstein-Hilbert pour le champ gravitationnel en relativité générale, et aux actions habituelles pour tous les autres champs de matière (baryons, photons, neutrinos, *etc*). Le premier terme dans (4.5) est simplement un terme de masse identique à celui pour CDM; les deux autres termes sont

liés à la présence du vecteur  $\xi^\mu$ . Ils incluent un couplage entre le courant  $J_\mu$  et la dérivée covariante  $\dot{\xi}^\mu$  du dipôle par rapport au temps propre, et une fonction potentielle donnée phénoménologiquement dans un développement en champ faible par (avec  $G = c = 1$ )

$$\mathcal{W}(P_\perp) = \frac{\Lambda}{8\pi} + 2\pi P_\perp^2 + \frac{16\pi^2}{3a_0} P_\perp^3 + \dots \quad (4.6)$$

Ici  $P_\perp$  désigne la norme de la projection du vecteur polarisation orthogonale à la quadri-vitesse. Le minimum de cette fonction potentielle est associé à la constante cosmologique, tandis que les déviations autour du minimum contiennent l'échelle d'accélération  $a_0$ . Le modèle (4.5)–(4.6) apparaît comme une modification du modèle standard  $\Lambda$ -CDM qui est donné simplement par le premier terme dans (4.5), et par le terme de constante cosmologique dans (4.6). L'étude de la dynamique de ce modèle montre que:

1. La phénoménologie MOND des courbes de rotation des galaxies et de la loi de Tully-Fisher est conséquence à des échelles galactiques (pour une galaxie à bas redshift) de l'effet de polarisation gravitationnelle. Il y a une correspondance bi-univoque entre la fonction MOND  $\mu$  et la fonction potentielle  $\mathcal{W}$  dans l'action. Cependant, on doit invoquer une hypothèse de “faible agrégation de la matière noire” par rapport à la matière ordinaire, qui n'a été justifiée que dans un cas simple de symétrie sphérique. Des simulations numériques seraient nécessaires pour vérifier cette hypothèse.
2. La matière noire dipolaire (DDM) est indistinguable de l'énergie noire ( $\Lambda$ ) plus la matière noire standard (CDM) sur des échelles cosmologiques, c'est-à-dire au premier ordre de perturbations cosmologiques d'un espace de Friedman-Lemaître-Robertson-Walker. Le modèle est donc équivalent à  $\Lambda$ -CDM au 1<sup>er</sup> ordre et est donc en accord avec les observations des fluctuations du fond diffus cosmologique.
3. Si le potentiel  $\mathcal{W}$  peut être considéré comme un potentiel fondamental, c'est-à-dire venant d'une théorie fondamentale sous-jacente (qui pourrait être une théorie quantique des champs), la constante cosmologique  $\Lambda$  doit être de l'ordre de grandeur de  $a_0^2/c^4$ , et la “coïncidence cosmique” (4.2) a une explication naturelle, bien que le coefficient numérique exact qui relie  $\Lambda$  et  $a_0$  ne puisse pas être calculé dans le modèle.

Le modèle [A57, A58] réconcilie en un certain sens l'approche particulière CDM très bien vérifiée en cosmologie, avec la phénoménologie MOND pour les galaxies. Il contient aussi une unification intéressante (en relativité générale classique) entre la matière noire à *la* MOND et l'énergie noire sous forme de constante cosmologique. Mais le modèle reste un modèle effectif — voire même phénoménologique — non relié à de la physique fondamentale. Il pourrait ne s'appliquer que dans des régimes de champs faibles, comme en cosmologie ou dans les régions externes des galaxies, sans qu'il soit permis de l'extrapoler à des champs plus forts comme dans le Système Solaire. Il serait intéressant d'étudier le modèle à l'échelle intermédiaire des amas de galaxies. Plus récemment [A73] nous avons étudié le modèle au 2<sup>ème</sup> ordre de perturbations cosmologiques et déterminé les “non-gaussianités” induites par cette forme de matière noire dans le fond diffus de rayonnement cosmologique (CMB).

### 3. Tester MOND dans le Système Solaire

L'équation MOND (4.3) est une équation non-linéaire dans le régime de champ gravitationnel faible  $g \ll a_0$ , pour lequel  $\mu(g/a_0) \simeq g/a_0$ . Une conséquence importante de la non-linéarité est que la dynamique gravitationnelle d'un système comme le Système Solaire, est influencée par le champ gravitationnel extérieur dans lequel le système est immergé. Ceci est vrai même lorsque le champ extérieur est statique et uniforme, et donc en l'absence d'effet de marée. L'effet du champ extérieur fait que des amas ouverts d'étoiles dans notre Galaxie (comme l'amas des Hyades), bien qu'ayant de très faibles accélérations internes, exhibent en fait avec MOND un comportement newtonien. Le fait que le champ extérieur chez MOND ne disparaisse pas de la dynamique gravitationnelle interne peut se voir comme une violation du principe d'équivalence fort.

À la suite d'un article de Milgrom (2009), nous avons montré dans le travail [A65] (voir aussi [C29]) que l'effet du champ extérieur implique la présence d'une correction quadrupolaire anormale, induite par le champ de notre Galaxie, qui se rajoute au potentiel newtonien  $U_\odot$  du Soleil:  $U = U_\odot + \delta U$  avec

$$\delta U = \frac{1}{2} x^i x^j Q_{ij}, \quad (4.7)$$

où  $Q_{ij}$  est un moment quadrupolaire sans trace dont l'axe est dirigé vers le centre galactique. L'effet (4.7) est valable jusqu'au rayon de transition MOND du Soleil, situé à environ 7100 unités astronomiques, et est donc applicable au

Taux de précession quadrupolaire, en mas/siècle								
Fonction MOND	Mercur	Venus	Terre	Mars	Jupiter	Saturne	Uranus	Neptune
$\mu_1$	0.04	0.02	0.16	-0.16	-1.12	5.39	-10.14	7.93
$\mu_2$	0.02	0.01	0.09	-0.09	-0.65	3.12	-5.87	4.59
$\mu_{20}$	$2 \times 10^{-3}$	$10^{-3}$	$9 \times 10^{-3}$	$-9 \times 10^{-3}$	-0.06	0.3	-0.56	0.44
$\mu_{\text{exp}}$	0.03	0.02	0.13	-0.13	-0.88	4.25	-8.01	6.26
$\mu_{\text{TeVes}}$	0.05	0.02	0.17	-0.17	-1.21	5.81	-10.94	8.56
Résidus de précession après ajustement, en mas/siècle								
Origine	Mercur	Venus	Terre	Mars	Jupiter	Saturne	Uranus	Neptune
Pitjeva (2005)	$-3.6 \pm 5$	$-0.4 \pm 0.5$	$-0.2 \pm 0.4$	$0.1 \pm 0.5$	-	$-6 \pm 2$	-	-
Fienga <i>et al.</i> (2009)	$-10 \pm 30$	$-4 \pm 6$	$0 \pm 0.016$	$0 \pm 0.2$	$142 \pm 156$	$-10 \pm 8$	$0 \pm 2 \cdot 10^4$	$0 \pm 2 \cdot 10^4$
Fienga <i>et al.</i> (2010)	$0.4 \pm 0.6$	$0.2 \pm 1.5$	$-0.2 \pm 0.9$	$-0.04 \pm 0.15$	$-41 \pm 42$	$0.15 \pm 0.65$	-	-

TABLE II: Comparaison entre les résultats prédits pour le taux de précession induite par l’effet quadrupolaire (4.8) pour divers choix de fonctions MOND, et les résidus de précession après ajustement obtenus par les éphémérides planétaires. Nous voyons notamment que la bonne connaissance que l’on a de la précession de l’orbite de Saturne (grâce au suivi de la sonde Cassini) contraint fortement les fonctions MOND possibles.

mouvement de toutes les planètes. Dans [A65] nous résolvons numériquement l’équation MOND (4.3) plongée dans un champ extérieur, et calculons le coefficient quadrupolaire  $Q_2$  associé au quadrupôle  $Q_{ij}$ . Nous prouvons que l’effet du terme (4.7) est d’induire une précession séculaire anormale du périhélie des planètes donnée par

$$\left\langle \frac{d\tilde{\omega}}{dt} \right\rangle = \frac{Q_2 \sqrt{1-e^2}}{4n} \left[ 1 + 5 \cos(2\tilde{\omega}) \right], \quad (4.8)$$

où  $n = 2\pi/P$  est le moyen mouvement et  $P$  la période,  $e$  est l’excentricité, et  $\tilde{\omega}$  la longitude du périhélie de la planète.

L’effet de précession quadrupolaire anormal (4.8) est d’autant plus grand que la planète est éloignée du Soleil. Pour les planètes gazeuses il est de l’ordre du millièm de seconde d’arc par siècle. Nous trouvons dans la Table II que cette précession anormale bien que petite, est fortement contrainte par les résultats des meilleures éphémérides planétaires (Fienga *et al.* 2009, 2010). La conclusion semble être que l’équation MOND (4.3) ne puisse pas être extrapolée telle qu’elle (c’est-à-dire sans modifications) dans le régime de champ fort du Système Solaire.

#### 4. Approche de gravité modifiée basée sur la violation de l’invariance de Lorentz

Des travaux récents (Hořava 2009; Blas *et al.* 2010), motivés par la construction d’une théorie quantique de la gravitation qui soit renormalisable par comptage de puissance, ont suggéré que l’invariance locale de Lorentz pourrait être violée à haute énergie (dans l’ultra-violet). Une théorie explicite, dite de Hořava-Lifshitz, a été proposée. Il a été montré qu’une classe de théories Einstein-éther canoniques est équivalente à la limite infra-rouge de la théorie de Hořava-Lifshitz (Jacobson 2010). Cette classe de théories correspond à celles pour lesquelles le champ vectoriel de l’éther est orthogonal à une famille d’hypersurfaces du genre espace.

Inspirés par ces idées, mais avec une motivation purement classique, nous avons proposé dans l’article [A68] une théorie relativiste de MOND basée sur une violation de l’invariance de Lorentz dans un régime de faibles accélérations, en dessous de l’accélération critique  $a_0$ . Nous postulons qu’il existe une famille privilégiée d’hypersurfaces du genre espace, caractérisée par les niveaux d’un champ scalaire appelé “Khronon”, et nous tirons parti de l’accélération de la congruence orthogonale aux hypersurfaces spatiales pour construire des termes dans l’action modifiant la gravitation à faibles accélérations. La théorie admet une formulation covariante à 4 dimensions dans laquelle le Khronon est un champ dynamique, et une formulation 3+1 équivalente qui exhibe la violation de l’invariance de Lorentz. On retrouve la relativité générale en champ fort, et une limite de type MOND en champ faible. La théorie est phénoménologique, car elle comporte une fonction indéterminée de l’accélération dont le comportement est spécifié de façon *ad hoc*.

#### 5. Extension bimétrique de la relativité générale et phénoménologie de la matière noire

Dans l’article [A83] nous reprenons l’idée de matière noire dipolaire motivée par l’analogie diélectrique de MOND [A51]. On avait vu que le dipole gravitationnel *stricto sensu* requiert des particules ayant une masse gravita-

tionnelle négative ce qui rend impossible leur couplage à la relativité générale standard. Néanmoins nous montrons dans [A83] qu'il est possible de définir le dipole gravitationnel et donc une certaine forme de matière noire dipolaire dans le cadre d'une extension *bimétrique* de la relativité générale. Dans le modèle [A83] nous supposons que la matière noire est formée de deux espèces de particules respectivement couplées à deux métriques distinctes, et liées entre elles par un champ vectoriel (qu'on peut appeler un "graviphoton") engendré par la masse gravitationnelle de ces particules. Comme pour le modèle précédent [A57, A58] nous prouvons que cette matière noire se comporte comme CDM au premier ordre de perturbation cosmologique, donc que la cosmologie de ce modèle est viable (en effet le modèle [A83] comporte aussi une constante cosmologique). Par ailleurs nous prouvons que l'équation MOND émerge naturellement d'un mécanisme de polarisation gravitationnelle dans la limite non-relativiste (voir aussi [C37] pour une discussion). Finalement nous examinons cette théorie dans le Système Solaire et montrons qu'elle prédit les mêmes paramètres post-newtoniens (PPN) que la relativité générale.

## 6. Matière noire via les théories de gravité massive

Nous avons montré [A84] que le modèle précédent n'est en fait pas viable car il contient des fantômes liés notamment à la façon dont nous couplons les deux métriques entre elles. Mais cette étude nous a permis de reformuler ce modèle dans le cadre très intéressant des théories bimétriques massives, *i.e.* dans lesquelles le graviton a une masse non nulle. Ces théories récentes (de Rham, Gabadadze & Tolley 2011, Hassan & Rosen 2012) constituent une extension essentiellement unique de la relativité générale pour le cas d'un graviton massif. La reformulation de notre modèle dans ce cadre [A84, A85] présente de nombreux avantages: le secteur gravitationnel est alors débarrassé des fantômes, le modèle est beaucoup plus simple et élégant, on peut espérer utiliser le mécanisme de Vainshtein pour résoudre le problème de MOND dans le Système Solaire. Ce nouveau modèle [A84, A85] permet d'envisager une théorie plus fondamentale pour la matière noire à l'échelle galactique et l'interprétation de la formule MOND.

## V. PUBLICATIONS

### A. Publications dans des revues avec comité de lecture

- [A1] Luc Blanchet, Marguerite Cornille, Jacques Dubau, Pierre Faucher, Jacques Lion and Serge Volonté, *Dielectronic satellite spectra of Ca XX resonance lines in solar flares*, *Astronomy and Astrophysics* **152**, 417 (1985).
- [A2] Luc Blanchet et Thibault Damour, *Méthode d'itération post-minkowskienne et structure des champs gravitationnels radiatifs*, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris* **298**, Série II, 431 (1984).
- [A3] Luc Blanchet and Thibault Damour, *Multipolar radiation reaction in general relativity*, *Physics Letters A* **104**, 82 (1984).
- [A4] Luc Blanchet and Thibault Damour, *Radiative gravitational fields in general relativity I. General structure of the field outside the source*, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A* **320**, 379 (1986).
- [A5] Luc Blanchet, *Radiative gravitational fields in general relativity II. Asymptotic behaviour at future null infinity*, *Proceedings of the Royal Society of London A* **409**, 383 (1987).
- [A6] Luc Blanchet and Thibault Damour, *Tail-transported temporal correlations in the dynamics of a gravitating system*, *Physical Review D* **37**, 1410 (1988).
- [A7] Luc Blanchet and Thibault Damour, *Post-Newtonian generation of gravitational waves*, *Annales de l'Institut Henri Poincaré (Physique Théorique)* **50**, 377 (1989).
- [A8] Luc Blanchet and Gerhard Schäfer, *Higher-order gravitational radiation losses in binary systems*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **239**, 845 (1989).
- [A9] Luc Blanchet, Thibault Damour and Gerhard Schäfer, *Post-Newtonian hydrodynamics and post-Newtonian wave generation for numerical relativity*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **242**, 289 (1990).
- [A10] Luc Blanchet, *A class of non-metric couplings to gravity*, *Physical Review Letters* **69**, 559 (1992).
- [A11] Luc Blanchet and Thibault Damour, *Hereditary effects in gravitational radiation*, *Physical Review D* **46**, 4304 (1992).

- [A12] Luc Blanchet, *Time-asymmetric structure of gravitational radiation*, Physical Review D **47**, 4392 (1993).
- [A13] Luc Blanchet and Gerhard Schäfer, *Gravitational wave tails and binary star systems*, Classical Quantum Gravity **10**, 2699 (1993).
- [A14] Luc Blanchet and B.S. Sathyaprakash, *Signal analysis of gravitational wave tails*, Classical Quantum Gravity **11**, 2807 (1994).
- [A15] Luc Blanchet and B.S. Sathyaprakash, *Detecting a tail effect in gravitational-wave experiments*, Physical Review Letters **74**, 1067 (1995).
- [A16] Luc Blanchet, *Second-post-Newtonian generation of gravitational radiation*, Physical Review D **51**, 2559 (1995).
- [A17] Luc Blanchet, Thibault Damour and Bala R. Iyer, *Gravitational waves from inspiralling compact binaries: Energy loss and waveform to second-post-Newtonian order*, Physical Review D **51**, 5360 (1995).
- [A18] Luc Blanchet, Thibault Damour, Bala R. Iyer, Clifford M. Will and Alan G. Wiseman, *Gravitational radiation damping of compact binary systems to second-post-Newtonian order*, Physical Review Letters **74**, 3515 (1995).
- [A19] Luc Blanchet, Bala R. Iyer, Clifford M. Will and Alan G. Wiseman, *Gravitational waveforms from inspiralling compact binaries to second-post-Newtonian order*, Classical Quantum Gravity **13**, 575 (1996).
- [A20] Luc Blanchet, *Energy losses by gravitational radiation in inspiraling compact binaries to 5/2 post-Newtonian order*, Physical Review D **54**, 1417 (1996).
- [A21] Luc Blanchet, *Gravitational radiation reaction and balance equations to post-Newtonian order*, Physical Review D **55**, 714 (1997).
- [A22] Luc Blanchet, *Quadrupole-quadrupôle gravitational waves*, Classical Quantum Gravity, **15**, 89 (1998).
- [A23] Luc Blanchet, *Gravitational-wave tails of tails*, Classical Quantum Gravity, **15**, 113 (1998).
- [A24] Luc Blanchet, *On the multipole expansion of the gravitational field*, Classical Quantum Gravity, **15**, 1971 (1998).
- [A25] Luc Blanchet, Guillaume Faye and Bénédicte Ponsot, *Gravitational field and equations of motion of compact binaries to 5/2 post-Newtonian order*, Physical Review D **58**, 124002 (1998).
- [A26] Luc Blanchet and Guillaume Faye, *On the equations of motion of point-particle binaries at the third post-Newtonian order*, Physics Letters A **271**, 58 (2000).
- [A27] Luc Blanchet and Guillaume Faye, *Hadamard regularization*, Journal of Mathematical Physics **41**, 7675 (2000).
- [A28] Luc Blanchet and Guillaume Faye, *Lorentzian regularization and the problem of point-like particles in general relativity*, Journal of Mathematical Physics **42**, 4391 (2001).
- [A29] Luc Blanchet and Guillaume Faye, *General relativistic dynamics of compact binaries at the third post-Newtonian order*, Physical Review D **63**, 062005 (2001).
- [A30] Luc Blanchet, Christophe Salomon, Pierre Teyssandier and Peter Wolf, *Relativistic theory for time and frequency transfer to order  $c^{-3}$* , Astronomy and Astrophysics **370**, 320 (2001).
- [A31] Vanessa de Andrade, Luc Blanchet and Guillaume Faye, *Third post-Newtonian dynamics of compact binaries: Noetherian conserved quantities and equivalence between the harmonic-coordinate and ADM-Hamiltonian formalisms*, Classical Quantum Gravity **18**, 753 (2001).
- [A32] Luc Blanchet, Bala R. Iyer and Benoit Joguet, *Gravitational waves from inspiralling compact binaries: Energy flux to third post-Newtonian order*, Physical Review D **65**, 064005 (2002).
- [A33] Luc Blanchet, Guillaume Faye, Bala R. Iyer and Benoit Joguet, *Gravitational-wave inspiral of compact binary systems to 7/2 post-Newtonian order*, Physical Review D **65**, 061501R (2002).
- [A34] Luc Blanchet, *Innermost circular orbit of binary black holes at the third post-Newtonian approximation*, Physical Review D **65**, 124009 (2002).
- [A35] Olivier Poujade and Luc Blanchet, *Post-Newtonian approximation for isolated systems calculated by matched asymptotic expansions*, Physical Review D **65**, 124020 (2002).

- [A36] Luc Blanchet, *Gravitational radiation from post-Newtonian sources and inspiralling compact binaries*, Living Rev. in Relativity **5**, 3 (2002).
- [A37] Luc Blanchet and Bala R. Iyer, *Third post-Newtonian dynamics of compact binaries: Equations of motion in the center-of-mass frame*, Classical Quantum Gravity **20**, 755 (2003).
- [A38] Luc Blanchet, *Time-symmetric initial data for binary black holes in numerical relativity*, Physical Review D **68**, 084002 (2003).
- [A39] Luc Blanchet, Thibault Damour and Gilles Esposito-Farèse, *Dimensional regularization of the third post-Newtonian dynamics of point particles in harmonic coordinates*, Physical Review D **69**, 124007 (2004).
- [A40] K. G. Arun, Luc Blanchet, Bala R. Iyer and Moh'd S. Qusailah, *The 2.5PN gravitational wave polarisations from inspiralling compact binaries in circular orbits*, Classical Quantum Gravity **21**, 3771 (2004).
- [A41] Luc Blanchet, Thibault Damour, Gilles Esposito-Farèse and Bala R. Iyer, *Gravitational radiation from inspiralling compact binaries completed at the third post-Newtonian order*, Physical Review Letters **93**, 091101 (2004).
- [A42] Luc Blanchet and Bala R. Iyer, *Hadamard regularization of the third post-Newtonian gravitational wave generation of two point masses*, Physical Review D **71**, 024004 (2005).
- [A43] Luc Blanchet, Thibault Damour and Bala R. Iyer, *Surface-integral expressions for the multipole moments of post-Newtonian sources and the boosted Schwarzschild solution*, Classical Quantum Gravity **22**, 155 (2005).
- [A44] Samaya Nissanke and Luc Blanchet, *Gravitational radiation reaction in the equations of motion of compact binaries to 3.5 post-Newtonian order*, Classical and Quantum Gravity **22**, 1007 (2005).
- [A45] Luc Blanchet, Thibault Damour, Gilles Esposito-Farèse and Bala R. Iyer, *Dimensional regularization of the third post-Newtonian gravitational wave generation of two point masses*, Physical Review D **71**, 124004 (2005).
- [A46] Luc Blanchet, Guillaume Faye and Samaya Nissanke, *Structure of the post-Newtonian expansion in general relativity*, Physical Review D **72**, 044024 (2005).
- [A47] Luc Blanchet, Moh'd S. Qusailah and Clifford M. Will, *Gravitational recoil of inspiralling black-hole binaries to second post-Newtonian order*, Astrophysical Journal **635**, 508 (2005).
- [A48] Luc Blanchet, *Gravitational radiation from post-Newtonian sources and inspiralling compact binaries*, Living Review in Relativity **9**, 4 (2006).
- [A49] Guillaume Faye, Luc Blanchet and Alessandra Buonanno, *Higher-order spin effects in the dynamics of compact binaries I. Equations of motion*, Physical Review D **74**, 104033 (2006).
- [A50] Luc Blanchet, Alessandra Buonanno and Guillaume Faye, *Higher-order spin effects in the dynamics of compact binaries II. Radiation field*, Physical Review D **74**, 104034 (2006).
- [A51] Luc Blanchet, *Gravitational polarization and the phenomenology of MOND*, Classical and Quantum Gravity **24**, 3529 (2007).
- [A52] Luc Blanchet, *Dipolar particles in general relativity*, Classical and Quantum Gravity **24**, 3541 (2007).
- [A53] Lawrence E. Kidder, Luc Blanchet and Bala R. Iyer, *Radiation reaction in the 2.5PN waveform from inspiralling binaries in circular orbits*, Classical and Quantum Gravity **24**, 5307 (2007).
- [A54] K. G. Arun, Luc Blanchet, Bala R. Iyer and Moh'd S. Qusailah, *Tail effects in the 3PN gravitational wave energy flux of compact binaries in quasi-elliptical orbits*, Physical Review D **77**, 064034 (2008).
- [A55] K. G. Arun, Luc Blanchet, Bala R. Iyer and Moh'd S. Qusailah, *Inspiralling compact binaries in quasi-elliptical orbits: The complete 3PN energy flux*, Physical Review D **77**, 064035 (2008).
- [A56] Luc Blanchet, Guillaume Faye, Bala R. Iyer and Siddhartha Sinha, *The third post-Newtonian gravitational wave polarisations and associated spherical harmonic modes for inspiralling compact binaries in quasi-circular orbits*, Classical and Quantum Gravity **25**, 165003 (2008).

- [A57] Luc Blanchet and Alexandre Le Tiec, *Model of dark matter and dark energy based on gravitational polarization*, Physical Review D **78**, 024031 (2008).
- [A58] Luc Blanchet and Alexandre Le Tiec, *Dipolar dark matter and dark energy*, Physical Review D **80**, 023524 (2009).
- [A59] K. G. Arun, Luc Blanchet, Bala R. Iyer and Siddhartha Sinha, *Third post-Newtonian angular momentum flux and the evolution of orbital elements for inspiralling compact binaries in quasi-elliptical orbits*, Physical Review D **80**, 124018 (2009).
- [A60] Luc Blanchet, Steven Detweiler, Alexandre Le Tiec and Bernard F. Whiting, *Post-Newtonian and numerical calculations of the gravitational self-force for circular orbits in the Schwarzschild geometry*, Physical Review D **81**, 064004 (2010).
- [A61] Alexandre Le Tiec and Luc Blanchet, *The close-limit approximation for black hole binaries with post-Newtonian initial conditions*, Classical and Quantum Gravity **27**, 045008 (2010).
- [A62] Alexandre Le Tiec, Luc Blanchet and Clifford M. Will, *Gravitational-wave recoil from the ringdown phase of coalescing black hole binaries*, Classical and Quantum Gravity **27**, 012001 (2010).
- [A63] Luc Blanchet, Steven Detweiler, Alexandre Le Tiec and Bernard F. Whiting, *High-order post-Newtonian fit of the gravitational self-force for circular orbits in the Schwarzschild geometry*, Physical Review D **81**, 084033 (2010).
- [A64] Peter Wolf, Luc Blanchet, Christian J. Bordé, Serge Reynaud, Christophe Salomon and Claude Cohen-Tannoudji, *Atom gravimeters and gravitational redshift*, Nature **467**, E1 (2010).
- [A65] Luc Blanchet and Jérôme Novak, *External field effect of modified Newtonian dynamics in the Solar system*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society **412**, 2530 (2011).
- [A66] Peter Wolf, Luc Blanchet, Christian J. Bordé, Serge Reynaud, Christophe Salomon and Claude Cohen-Tannoudji, *Does an atom interferometer test the gravitational redshift at the Compton frequency?*, Classical and Quantum Gravity **28**, 145017 (2011).
- [A67] Luc Blanchet, Alessandra Buonanno and Guillaume Faye, *Tail-induced spin-orbit effect in the gravitational radiation of compact binaries*, Physical Review D **84**, 064041 (2011).
- [A68] Luc Blanchet and Sylvain Marsat, *Modified gravity approach based on a preferred time foliation*, Physical Review D **84**, 044056 (2011).
- [A69] Alexandre Le Tiec, Luc Blanchet and Bernard F. Whiting, *The first law of binary black hole mechanics in general relativity and post-Newtonian theory*, Physical Review D **85**, 064039 (2012).
- [A70] Peter Wolf, Luc Blanchet, Christian J. Bordé, Serge Reynaud, Christophe Salomon and Claude Cohen-Tannoudji, *Reply to a comment on: Does an atom interferometer test the gravitational redshift at the Compton frequency?*, Classical and Quantum Gravity **29**, 048002 (2012).
- [A71] Guillaume Faye, Sylvain Marsat, Luc Blanchet and Bala R. Iyer, *The third and a half post-Newtonian gravitational wave quadrupole mode for quasi-circular inspiralling compact binaries*, Classical and Quantum Gravity **29**, 175004 (2012).
- [A72] Luc Blanchet, Alessandra Buonanno and Alexandre Le Tiec, *First law of mechanics for binary black holes with spins*, Physical Review D **87**, 024030 (2013).
- [A73] Luc Blanchet, David Langlois, Alexandre Le Tiec and Sylvain Marsat, *Non-Gaussianity in the cosmic microwave background induced by dipolar dark matter*, Journal of Cosmology and Astroparticles **02**, 022 (2013).
- [A74] Sylvain Marsat, Alexandre Bohé, Guillaume Faye and Luc Blanchet, *Next-to-next-to-leading order spin-orbit effects in the equations of motion of compact binary systems*, Classical and Quantum Gravity **30**, 055007 (2013).
- [A75] Alexandre Bohé, Sylvain Marsat, Guillaume Faye and Luc Blanchet, *Next-to-next-to-leading order spin-orbit effects in the near-zone metric and precession equations of compact binaries*, Classical and Quantum Gravity **30**, 075017 (2013).

- [A76] Alexandre Bohé, Sylvain Marsat and Luc Blanchet, *Next-to-next-to-leading order spin-orbit effects in the gravitational wave flux and orbital phasing of compact binaries*, Classical and Quantum Gravity **30**, 135009 (2013).
- [A77] Sylvain Marsat, Alexandre Bohé, Luc Blanchet and Alessandra Buonanno, *Next-to-leading tail-induced spin-orbit effects in the gravitational radiation flux of compact binaries*, Classical and Quantum Gravity **31**, 025023 (2013).
- [A78] Luc Blanchet, *Gravitational radiation from post-Newtonian sources and inspiralling compact binaries*, Living Review in Relativity **17**, 2 (2014).
- [A79] Luc Blanchet, Guillaume Faye and Bernard F. Whiting, *Half-integral conservative post-Newtonian approximations in the redshift factor of black hole binaries*, Physical Review D **89**, 064026 (2014).
- [A80] Luc Blanchet, Guillaume Faye and Bernard F. Whiting, *High-order half-integral conservative post-Newtonian coefficients in the redshift factor of black hole binaries*, Physical Review D **90**, 044017 (2014).
- [A81] Brett Altschul, Quentin G. Bailey, Luc Blanchet, Kai Bongs, Philippe Bouyer, Luigi Cacciapuoti, Salvatore Capozziello, Naceur Gaaloul, Domenico Giulini, Jonas Hartwig, Luciano Iess, Philippe Jetzer, Arnaud Landragin, Ernst Rasel, Serge Reynaud, Stephan Schiller, Christian Schubert, Fiodor Sorrentino, Uwe Sterr, Jay D. Tasson, Guglielmo M. Tino, Philip Tuckey and Peter Wolf, *Quantum tests of the Einstein equivalence principle with the STE-QUEST space mission*, Advances in Space Research **55**, 501 (2015).
- [A82] Guillaume Faye, Luc Blanchet and Bala R. Iyer, *Non-linear multipole interactions and gravitational-wave octupole modes for inspiralling compact binaries to third-and-a-half post-Newtonian order*, Classical and Quantum Gravity **32**, 045016 (2015).
- [A83] Laura Bernard and Luc Blanchet, *Phenomenology of dark matter via a bimetric extension of general relativity*, Physical Review D **91**, 103536 (2015).
- [A84] Luc Blanchet and Lavinia Heisenberg, *Dark matter via massive bigravity*, Physical Review D **91**, 103518 (2015).
- [A85] Luc Blanchet and Lavinia Heisenberg, *Dipolar dark matter with massive bigravity*, Journal of Cosmology and Astroparticles **12**, 026 (2015).
- [A86] Peter Wolf and Luc Blanchet, *Analysis of Sun/Moon gravitational redshift tests with the STE-QUEST space mission*, Classical and Quantum Gravity **33**, 035012 (2016).
- [A87] Laura Bernard, Luc Blanchet, Alexandre Bohé, Guillaume Faye and Sylvain Marsat, *Fokker action of non-spinning compact binaries at the fourth post-Newtonian approximation*, Physical Review D **93**, 084037 (2016).
- [A88] Tanguy Marchand, Luc Blanchet and Guillaume Faye, *Gravitational-wave tail effects to quartic non-linear order*, Classical and Quantum Gravity **33**, 244003 (2016).
- [A89] Laura Bernard, Luc Blanchet, Alexandre Bohé, Guillaume Faye and Sylvain Marsat, *Energy and periastron advance of circular compact binary systems at the fourth post-Newtonian approximation*, Physical Review D **95**, 044026 (2017).
- [A90] Luc Blanchet and Lavinia Heisenberg, *Dipolar dark matter as an effective field theory*, submitted to Physics Letters B (2017).
- [A91] Luc Blanchet and Alexandre Le Tiec, *First law of compact binary mechanics with gravitational-wave tails*, Classical and Quantum Gravity **34**, 164001 (2017).
- [A92] Laura Bernard, Luc Blanchet, Alexandre Bohé, Guillaume Faye and Sylvain Marsat, *Dimensional regularization of the IR divergences in the Fokker action of point-particle binaries at the fourth post-Newtonian order*, submitted to Physical Review D (2017).
- [A93] Tanguy Marchand, Laura Bernard, Luc Blanchet and Guillaume Faye, *Ambiguity-free completion of the equations of motion of compact binary systems at the fourth post-Newtonian order*, submitted to Physical Review Letters (2017).



## B. Contributions à des livres

- [B1] Luc Blanchet, *L'astronomie gravitationnelle*, dans “Les Sciences du Ciel”, P. Léna (ed.), Flammarion, p. 108 (1995).
- [B2] Luc Blanchet, *Gravitational radiation from relativistic sources*, in “Relativistic gravitation and gravitational radiation”, Jean-Pierre Lasota and Jean-Alain Marck (eds.), Cambridge U. Press, p. 33 (1997).
- [B3] Luc Blanchet, *Post-Newtonian gravitational radiation*, in “Einstein’s field equations and their physical implications”, Selected essays in honour of Jürgen Ehlers, B. Schmidt (ed.), Lecture Notes in Physics, Springer, p. 225 (2000).
- [B4] Luc Blanchet, *On the two-body problem in general relativity*, in “Missions Spatiales en Physique Fondamentale”, Christian Bordé and Pierre Touboul (eds.), Comptes Rendus de l’Académie des Sciences de Paris, t. 2, Série IV, 1343 (2001).
- [B5] Luc Blanchet, *General relativistic dynamics of compact binary systems*, in “Observations of black holes and extreme gravitational events”, Daniel Rouan (ed.), Comptes Rendus de Physique **8**, 57 (2007).
- [B6] Luc Blanchet, *Post-Newtonian theory and the two-body problem*, in “Mass and motion in general relativity”, L. Blanchet, A. Spallicci and B. Whiting (eds.), Springer (2010).
- [B7] Luc Blanchet, Steven Detweiler, Alexandre Le Tiec and Bernard F. Whiting, *High-accuracy comparison between the post-Newtonian and self-force dynamics of black-hole binaries*, in “Mass and motion in general relativity”, L. Blanchet, A. Spallicci and B. Whiting (eds.), Springer (2010).

## C. Publications dans des actes de colloques

- [C1] Luc Blanchet, *Radiative gravitational fields and radiation reaction forces*, in “Gravitation, geometry and relativistic physics”, Lecture Notes in Physics **212**, 18 (1984).
- [C2] Luc Blanchet, *Asymptotic simplicity for post-Minkowskian space-times*, in the Proceedings of the 4<sup>th</sup> Marcel Grossmann meeting on general relativity, R. Ruffini (ed.), p. 895 (1986).
- [C3] Luc Blanchet, *Beyond the quadrupôle moment formalism*, in the Proceedings of the 5<sup>th</sup> Marcel Grossmann meeting on general relativity, D. Blair, M.J. Buckingham and R. Ruffini (eds.), p. 1355 (1988).
- [C4] Luc Blanchet, *Mixed post-Newtonian and multipolar-post-Minkowskian approximation methods*, in the Proceedings of the 5<sup>th</sup> Marcel Grossmann meeting on general relativity, D. Blair, M.J. Buckingham and R. Ruffini (eds.), p. 461 (1988).
- [C5] Luc Blanchet, *Gravitational radiation reaction*, in “Perspectives in Neutrinos, Atomic Physics and Gravitation”, Proceedings of the XIII<sup>th</sup> Moriond workshop, J. Tran Thanh Van, T. Damour, E. Hinds and J. Wilkerson (eds.), Éditions Frontières, p. 519 (1994).
- [C6] Alain Bernard, Luc Blanchet, Richard Bonneville, Alain Brillet, Pierre Fayet, Christophe Salomon et Christian Veillet, *La Physique Fondamentale*, dans “Prospectives en Sciences de l’Univers”, Compte-rendu du séminaire de prospective scientifique du C.N.E.S., St-Malo (1993).
- [C7] Luc Blanchet, *Coalescing compact binaries and general relativity tests*, in “Relativity in General”, Proceedings of the Spanish Relativity Meeting 93, M. Lorente and J. Diaz-Alonso (eds.), Editions Frontières, p. 37 (1993).
- [C8] Luc Blanchet, *Gravitational radiation to 2-PN order*, in the Proceedings of the 7<sup>th</sup> Marcel Grossmann meeting on general relativity, R. Ruffini (ed.), (1994).
- [C9] Luc Blanchet, *Cosmologies newtoniennes*, dans les comptes-rendus du colloque “Histoire et Actualité de la Cosmologie”, F. de Gandt et C. Vilain (eds.), p. 51 (1994).
- [C10] Luc Blanchet, *Coalescing compact binaries to second-post-Newtonian order*, in the Proceedings of the 17<sup>th</sup> Texas Symposium on Relativistic Astrophysics, H. Böhringer *et al.* (eds.), Annals of the New York Academy of Sciences, p. 507 (1994).

- [C11] Luc Blanchet, *Analytic approximation and perturbation methods*, in the Proceedings of the 14<sup>th</sup> International Conference on General Relativity and Gravitation (GR14), M. Francaviglia *et al.* (eds.), World Scientific, p. 445 (1997).
- [C12] Luc Blanchet, *Inspiraling compact binaries*, in the Proceedings of the third International Conference on Gravitation and Cosmology, S. Dhurandhar and T. Padmanabhan (eds.), Kluwer, p. 75 (1997).
- [C13] Luc Blanchet, *Gravitational-wave sources*, in the Proceedings of the 8<sup>th</sup> Marcel Grossmann meeting on general relativity, T. Piran and R. Ruffini (eds.), World Scientific, p. 1078 (1999).
- [C14] Luc Blanchet, *Binary signal modelling*, in the Proceedings of the second Gravitational-Wave Data Analysis Workshop, M. Davier and P. Hello (eds.), Editions Frontières, p. 67 (1997).
- [C15] Luc Blanchet and Bala R. Iyer, *Analytic approximation and perturbation methods*, in the Proceedings of the 15<sup>th</sup> International Conference on General Relativity and Gravitation, N. Dadlich and J. Narlikar (eds.), IUCAA publishing, p. 403 (1998).
- [C16] Claude Audouin, Alain Bernard, Luc Blanchet, Christian Bordé, Alain Brillet, André Clairon, Pierre Fayet, Michel Granveaud, Francois Jamin-Changeart, Serge Jullian, Sylvie Léon, Francois Mignard, Serge Reynaud, Christophe Salomon, Eric Samain, Pierre Touboul, Philippe Tourrenc et Jean-Yves Vinet, *L'expérimentation spatiale en physique fondamentale*, dans "Prospectives en Sciences de l'Univers", Compte-rendu du séminaire de prospective scientifique du C.N.E.S., Arcachon (1998).
- [C17] Luc Blanchet, *Post-Newtonian expansion of gravitational radiation*, in "Black holes and gravitational waves", Proceedings of the 9<sup>th</sup> Yukawa International Seminar, T. Nakamura and H. Kodama (eds.), Progress in Theoretical Physics supplement **136**, 146 (1999).
- [C18] Luc Blanchet, *Post-Newtonian computation of binary inspiral waveforms*, in "Gravitational waves", Proceedings of the Como School, V. Gorini *et al.* (eds.), Institute of Physics Publ., p. 338 (2001).
- [C19] Luc Blanchet, Sergei Kopeikin and Gerhard Schäfer, *Gravitational radiation theory and light propagation*, in "Gyros, clocks, interferometers ... : testing relativistic gravity in space", Proceedings of the International school on Gravity experiments in Space and Gravitational Waves, C. Laemmerzhal, F. Everitt and F. Heyl (eds.), Springer, p. 141 (2001).
- [C20] Luc Blanchet, *Gravitational waves and dynamics of compact binary systems*, in "General relativity and gravitation", Proceedings of the 16<sup>th</sup> International Conference on General Relativity and Gravitation, N.T. Bishop and S.D. Maharaj (eds.), World Scientific, p. 54 (2002).
- [C21] Luc Blanchet, *On the accuracy of the post-Newtonian approximation*, in "2001: a relativistic spacetime odyssey", Proceedings of the 25<sup>th</sup> John Hopkins Workshop, Ignacio Ciufolini and Luca Lusanna (eds.), World Scientific, p. 411 (2002).
- [C22] Luc Blanchet, *Post-Newtonian theory and its application*, Proceedings of the 12<sup>th</sup> Workshop on General Relativity and Gravitation, M. Shibata, Y. Eriguchi and K. Taniguchi (eds.), p. 8 (2003).
- [C23] Luc Blanchet, *Equations of motion of compact binaries at the third post-Newtonian order*, in "Gravitation and Cosmology", Proceedings of the International Conference on Gravitation and Cosmology (ICGC-2004), B.R. Iyer, V. Kuriakose and C.V. Vishveshwara (eds.), Pramana, The Indian Journal of Physics, p. 685 (2004).
- [C24] Luc Blanchet, *Gravitational radiation from two-body systems*, in the Proceedings of the Spanish Relativity "A century of relativity physics" (ERE05), Lysiane Mornas and Joaquin Diaz-Alonso (eds.), AIP conference proceedings, p. 10 (2006).
- [C25] Luc Blanchet, *Post-Newtonian theory and dimensional regularization*, in the Proceedings of the "Albert Einstein Century International Conference", Jean-Michel Alimi (ed.), AIP conference proceedings, vol. 861, p. 145 (2006).
- [C26] Luc Blanchet, Leonid Grishchuk and Gerhard Schäfer, *Post-Newtonian approximations, compact binaries, and strong-field tests of gravity*, in the Proceedings of the 11<sup>th</sup> Marcel Grossmann meeting on general relativity, Berlin (2007).



#### D. Articles grand public

- [D1] Luc Blanchet, *La relativité générale et la spirale infernale des systèmes binaires d'étoiles compactes*, Images de la Physique, Éditions du C.N.R.S., p. 51 (2005).
- [D2] Luc Blanchet, *Gravité modifiée ou matière modifiée?*, L'Astronomie, n° 14, p. 19 (2009).
- [D3] Luc Blanchet et Françoise Combes, *MOND avec ou sans matière noire*, La Recherche, n° 435, p. 44 (2009).
- [D4] Luc Blanchet et Benoit Famaey, *Matière noire et énergie noire: la gravitation à l'épreuve des grandes échelles*, La Recherche, n° 16, p. 70 (2015).
- [D5] Luc Blanchet, *Les ondes gravitationnelles 100 ans après Einstein*, Reflets de la Physique, Éditions du C.N.R.S., n° 52, p. 6 (2017).

#### E. Documents divers

- [E1] Luc Blanchet et Jean-Jacques Limoges, *Étude des spectres X du calcium et du silicium dans une éruption solaire*, rapport de stage de l'École Polytechnique (1980).
- [E2] Luc Blanchet et Marc Feix, *Le problème unidimensionnel gravitationnel à trois corps*, note technique du Centre de Recherche en Physique de l'Environnement (C.R.P.E.), Orléans (1981).
- [E3] Luc Blanchet, *Étude de la structure des champs gravitationnels radiatifs et de leurs couplages avec les sources matérielles*, thèse de 3<sup>ème</sup> cycle, Université Pierre et Marie Curie, Paris VI (1984).
- [E4] Luc Blanchet, *Choix et optimisation du cycle d'un moteur-fusée à combustion étagée de hautes performances*, note R & T Société Européenne de Propulsion (S.E.P.) n° 5011 (1989); *Missions pour la propulsion nucléothermique*, note R & T S.E.P. n° 5000 (1989); *Trajectoires optimales de lanceurs*, note R & T S.E.P. n° 5008 (1990); *Coefficients d'influence du moteur-fusée à flux dérivé*, note interne S.E.P. n° 15465 (1990); *Une classification des cycles thermiques de moteurs-fusée*, note interne S.E.P. n° 15106 (1992); *Sur le voyage en fusée à de très grandes vitesses*, note interne S.E.P. n° 15287 (1992).
- [E5] Luc Blanchet, *Contribution à l'étude du rayonnement gravitationnel émis par un système isolé*, thèse d'habilitation à diriger des recherches, Université Pierre et Marie Curie, Paris VI (1990).
- [E6] Luc Blanchet, *Cours de relativité générale*, DEA d'astrophysique et techniques spatiales, Universités Paris VI et Paris VII (1993).
- [E7] Luc Blanchet, *Cours de gravitation newtonienne*, DEA d'astrophysique et techniques spatiales, Universités Paris VI et Paris VII (1997).
- [E8] Luc Blanchet, *Cours d'électromagnétisme de Maxwell*, DEUG de Sciences de la Terre et de l'Univers, Université Paris VII (1999).
- [E9] Luc Blanchet, *Cours d'introduction à la relativité générale*, Master de l'École Normale Supérieure, Paris (2004).