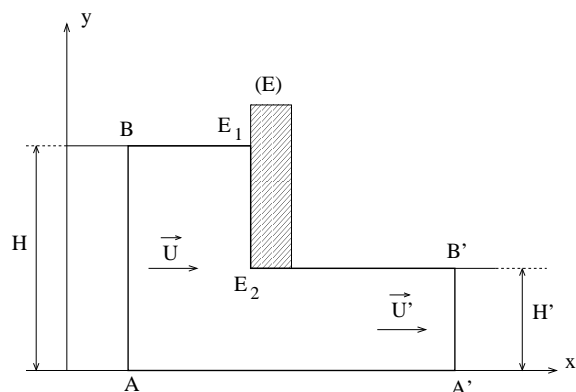


TD 3: Bilans de quantité de mouvement

Exercice 1: Force exercée par un fluide sur une écluse



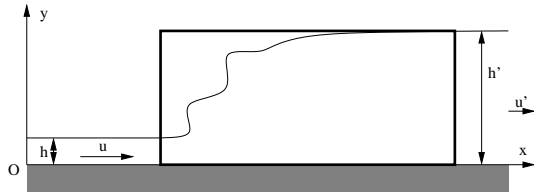
En intercalant une écluse (paroi notée (E) sur la figure ci-contre) dans un canal à surface libre de section rectangulaire, la hauteur d'eau passe de H à $H' < H$. On cherche la force exercée par le fluide sur l'écluse. La dimension du canal dans la direction z perpendiculaire au plan (xy) est L . On note \vec{e}_x le vecteur unitaire dans la direction de l'axe des x .

On suppose que le fluide est incompressible et l'écoulement stationnaire. On note \vec{U} et \vec{U}' les vitesses, uniformes et parallèles à \vec{e}_x , en amont et en aval de l'écluse (E). La pression atmosphérique est notée P_a

1. Appliquer la loi de conservation de la masse et en déduire une relation entre U , H , U' et H' .
2.
 - a. Ecrire la relation de Bernoulli entre un point de la surface libre en amont et un point de la surface libre en aval de l'écluse. En déduire une relation entre $(H - H')$ et $(U'^2 - U^2)$.
 - b. Eliminer U' à l'aide de la relation obtenue à la question 1 afin d'établir une équation reliant H , H' et U (cette équation est du 2nd ordre en H' après simplifications).
 - c. Résoudre cette équation pour calculer H'/H . On exprimera le résultat en fonction du nombre de Froude $Fr = U^2/(gH)$.
3. On va calculer la force de pression \vec{F}_{AB} exercée par le fluide situé en amont ("à gauche") de la ligne AB sur la section S_{AB} délimitée par les points A et B et de longueur L dans la direction z .
 - a. Donner, sans démonstration, l'expression de la pression $P(y)$ en un point d'altitude $y < H$ en amont de l'écluse.
 - b. On considère une surface de fluide comprise entre les altitudes y et $y + dy$ entre A et B et de longueur L dans la direction z . Calculer la force de pression $d\vec{F}$ exercée sur cette surface par le fluide en amont.
 - c. En déduire \vec{F}_{AB} .
 - d. Par analogie, et sans faire aucun calcul, écrire la force de pression $\vec{F}_{A'B'}$ exercée par le fluide situé en aval ("à droite") de la ligne A'B' sur la section $S_{A'B'}$ délimitée par les points A' et B' et de longueur L dans la direction z .

4. Calculer les flux de quantité de mouvement Φ_{AB} et $\Phi_{A'B'}$ à travers les sections S_{AB} et $S_{A'B'}$.
5. En écrivant la conservation de la quantité de mouvement suivant l'axe des x pour le fluide compris dans le volume de contrôle $ABE_1E_2B'A'A$ (entouré en gras sur la figure), calculer la résultante des forces de pression \vec{F} exercée par le fluide sur la paroi E_1E_2 de l'écluse en fonction de U, U', H et H' .

Exercice 2: Ressaut hydraulique



On se place dans les conditions de l'exercice 2 du TD2 et dans le cas où $Fr > 1$ en aval de l'obstacle, ce qui correspond à une vitesse de l'écoulement supérieure à la vitesse locale des ondes de surface.

On observe dans ces conditions que le retour à un écoulement sous-critique ($Fr < 1$) se fait de manière brusque par un ressaut hydraulique. On cherche ici à étudier quelques propriétés de ce ressaut. On utilisera les notations de la figure ci-contre et on supposera l'écoulement stationnaire.

1. Faire un bilan de masse entre l'aval et l'amont du ressaut.
2. Faire un bilan de quantité de mouvement pour le volume de contrôle indiqué en gras sur la figure.
3. Exprimer u et u' en fonction de g, h et h' . Vérifier qu'en amont du ressaut $Fr > 1$ et qu'en aval $Fr < 1$.



Mascarot sur la Seine

Ressaut hydraulique dans un évier

